

Analiza korelacyjna sygnałów dyskretnych

Funkcja korelacji wzajemnej pozwala ocenić podobieństwo sygnałów i znajduje zastosowanie m.in. w detekcji zaszumionych sygnałów, określaniu podobieństwa do określonego wzorca, pomiarach opóźnień. Szczególnym przypadkiem funkcji korelacji jest funkcja autokorelacji, która dany sygnał porównuje sam ze sobą. Funkcja autokorelacji pozwala na analizę właściwości sygnału w dziedzinie czasu, np. na identyfikację okresowości lub quasi-okresowości.

Funkcję korelacji wzajemnej dwóch sygnałów dyskretnych o długości N określa zależność:

$$\rho_{xy}(n) = \frac{r_{xy}(n)}{\sqrt{r_{xx}(0)r_{yy}(0)}} \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

gdzie:

$$r_{xy}(n) = \begin{cases} \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-n-1} x(k)y(k+n) & n \geq 0 \\ \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N+n-1} x(k-n)y(k) & n < 0 \end{cases}$$

$$r_{xx}(0) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} [x(k)]^2$$

$$r_{yy}(0) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} [y(k)]^2$$

Funkcję autokorelacji definiuje się jako:

$$\rho_{xx}(n) = \frac{r_{xx}(n)}{r_{xx}(0)} \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

W Matlabie do obliczania funkcji autokorelacji oraz korelacji wzajemnej sygnałów służy funkcja `xcorr`.

Polecenie:

```
[c, lags] = xcorr (x);
```

spowoduje obliczenie funkcji autokorelacji sygnału zdefiniowanego w wektorze **x** i umieści wyniki w wektorze **c**. Wektor **lags** zawiera indeksy opóźnień sygnału.

Polecenie:

```
[c, lags] = xcorr (x, y);
```

spowoduje obliczenie funkcji korelacji wzajemnej sygnałów zdefiniowanych w wektorach **x** oraz **y** i umieści wyniki w wektorze **c**. Wektor **lags** zawiera indeksy opóźnień sygnałów.

Polecenie:

```
[c, lags] = xcorr (x, y, maxlags, 'option');
```

spowoduje obliczenie funkcji korelacji wzajemnej sygnałów zdefiniowanych w wektorach **x** oraz **y**. Parametr **maxlags** pozwala na określenie maksymalnego wzajemnego opóźnienia sygnałów podczas obliczania funkcji korelacji. Domyślnie parametr **maxlag** przyjmuje wartość równą długości wektora **x** pomniejszoną o 1 (**maxlag** = $N - 1$). Parametr **'option'** pozwala na wybór sposobu normalizacji wyników obliczeń. Dostępne są następujące wartości parametru **'option'**:

- 'none' – opcja domyślna, bez normalizacji wyników;
- 'coeff' – wyniki znormalizowane względem maksymalnej wartości;
- 'biased' – wyniki znormalizowane względem długości wektora z próbkami sygnału;
- 'unbiased' – wyniki znormalizowane względem liczby próbek sygnału sumowanych w danym punkcie.

Zadania

1. Korzystając z funkcji *randn* wygenerować 1000 próbek szumu. Obliczyć funkcję autokorelacji szumu.
2. Wygenerować 2 wektory (dwie różne realizacje procesu losowego) zawierające po 1000 próbek szumu. Obliczyć funkcję korelacji wzajemnej wygenerowanych szumów.
3. Wygenerować 1000 próbek sygnału sinusoidalnego $x = \sin(0.05 n)$. Obliczyć funkcję autokorelacji wygenerowanego sygnału. Porównać wyniki uzyskane z wykorzystaniem różnych opcji normalizacji wyników (*xcorr*, *'unbiased'*, *'biased'*, *'coeff'*).
4. Wygenerować wektory zawierające po 1000 próbek sygnałów: sinusoidalnego $x = \sin(0.05 n)$ oraz kosinusoidalnego $y = \cos(0.05 n)$. Obliczyć funkcję korelacji wzajemnej wygenerowanych sygnałów.
5. Wygenerować wektory zawierające po 1000 próbek sygnałów sinusoidalnych: $x = \sin(0.05 n)$ oraz $y = \sin(0.05 n + \pi)$. Obliczyć funkcję korelacji wzajemnej wygenerowanych sygnałów.
6. Wygenerować wektory zawierające po 1000 próbek sygnałów sinusoidalnych: $x = \sin(0.05 n)$ oraz $y = \sin(0.05 n + 2\pi)$. Obliczyć funkcję korelacji wzajemnej wygenerowanych sygnałów. Porównać wyniki z zadań 3, 4, 5 oraz 6.
7. Wygenerować 1000 próbek sygnału $x = \sin(0.05 n) + \cos(0.15 n)$. Obliczyć funkcję autokorelacji wygenerowanego sygnału.
8. Korzystając z sygnałów zdefiniowanych w zadaniach 1 oraz 3 utworzyć wektor z próbkami zaszumionego sygnału sinusoidalnego. Obliczyć funkcję autokorelacji zaszumionego sygnału, a następnie funkcję korelacji wzajemnej wzorca sygnału sinusoidalnego z jego zaszumioną postacią.

Matlab – użyteczne funkcje: <i>xcorr</i> , <i>randn</i>
--