Dyskretne przekształcenie Fouriera

Sygnał dyskretny w dziedzinie czasu można przedstawić jako sumę składowych sygnałów sinusoidalnych o różnych częstotliwościach. Dyskretne przekształcenie Fouriera pozwala na wyznaczenie widma badanego sygnału. Współczynniki transformaty opisuje zależność:

$$X(i) = \sum_{k=0}^{N-1} x(k) e^{-j\frac{2\pi}{N}ik}$$

Zespolone wartości transformaty $X(i)$ opisują amplitudę i fazę składowych tworzących analizowany sygnał.

Odwrotne dyskretne przekształcenie Fouriera

Odwrotne dyskretne przekształcenie Fouriera umożliwia odtworzenie sygnału w dziedzinie czasu na podstawie jego reprezentacji w dziedzinie częstotliwości.

$$x(k) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} x(i) e^{j\frac{2\pi}{N}ik}$$

Zadania

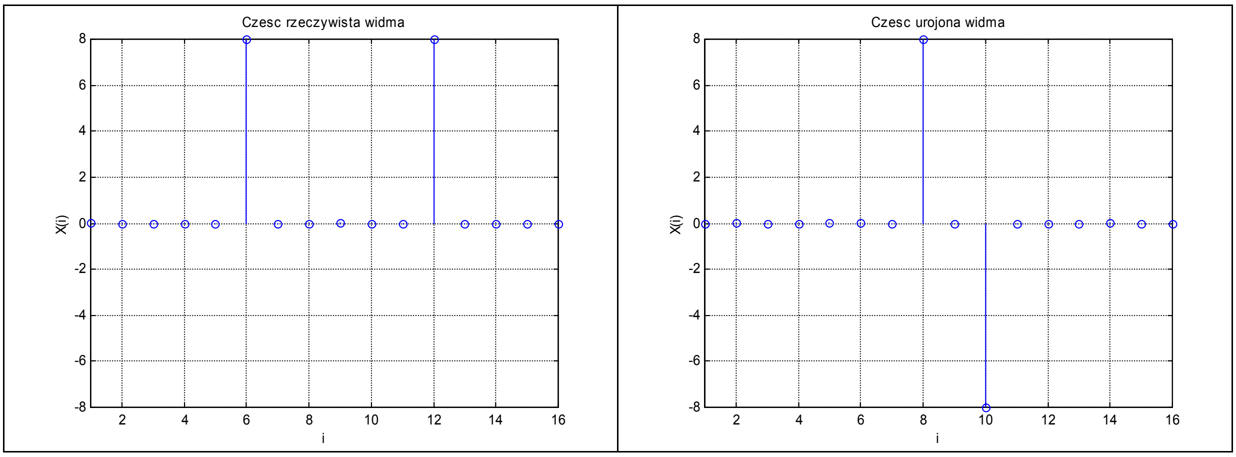
1. Obliczyć oraz obejrzeć część rzeczywistą, urojoną oraz moduł DFT dla następujących sygnałów spróbkowanych z częstotliwością f_s = 16 kHz:

   a) $x = 1$, długość sygnału 8 próbek
   b) $x = \sin(2\pi*2000*t)$, długość sygnału 8 próbek
   c) $x = \sin(2\pi*4000*t)$, długość sygnału 8 próbek
   d) $x = \sin(2\pi*6000*t)$, długość sygnału 8 próbek
   e) $x = \sin(2\pi*8000*t)$, długość sygnału 8 próbek
   f) $x = \cos(2\pi*4000*t)$, długość sygnału 8 próbek
   g) $x = \cos(2\pi*8000*t)$, długość sygnału 8 próbek
   h) $x = \sin(2\pi*4000*t + \pi/8)$, długość sygnału 8 próbek
   i) $x = \sin(2\pi*8000*t + \pi/8)$, długość sygnału 8 próbek
   j) $x = -1$, długość sygnału 8 próbek
   k) $x = 1$, długość sygnału 16 próbek
   l) $x = \sin(2\pi*2000*t)$, długość sygnału 16 próbek
   m) $x = \sin(2\pi*2000*t)$, długość sygnału 18 próbek
   n) $x = \sin(2\pi*2000*t)$, długość sygnału 20 próbek
   o) $x = j*\sin(2\pi*4000*t)$, długość sygnału 8 próbek
   p) $x = j*\cos(2\pi*4000*t)$, długość sygnału 8 próbek
   q) $x = \sin(2\pi*4000*t) + j*\sin(2\pi*4000*t)$, długość sygnału 8 próbek
   r) $x = \sin(2\pi*4000*t) + j*\cos(2\pi*4000*t)$, długość sygnału 8 próbek

   W sprawozdaniu należy zamieścić przykładowe wyniki oraz wnioski na temat parametrów widma w zależności od fazy (c, f, h; e, g, i), częstotliwości (np. b, c, d, e) i amplitudy sygnału oraz liczby okresów sygnału poddawanego transformacji (np. b, l, m, n). Zwrócić uwagę na właściwości transformaty Fouriera (np. c, o; f, p; c, o, p, q, r).

2. Utworzyć sygnał, dla którego moduł 4-DFT będzie zawierał wszystkie prążki o wartości 1. W sprawozdaniu należy przedstawić sposób wyznaczania parametrów sygnału w dziedzinie czasu na podstawie modułu jego widma.

3. Określić jakiego sygnału widmo zostało przedstawione na rysunku (próbka nr 9 odpowiada składowej stałej). Założyć częstotliwość próbkowania $f_s = 32$ kHz. Wygenerować 128 próbek rozważanego sygnału, a następnie obliczyć jego transformatę w celu sprawdzenia wyników.



4. Porównać kształty okien Hamminga, Bartletta oraz Blackmana oraz ich widma (przyjąć długość okien równą 128).
5. Korzystając ze 128-DFT i czterech różnych okien (prostokątne, Hamminga, Blackmana i Bartletta) obejrzeć i porównać moduły widma otrzymane dla następujących sygnałów przy częstotliwości próbkowania $f_s = 16$ kHz:

   a) $x = \sin(2\pi*4000*t) + \sin(2\pi*4125*t)$
   b) $x = \sin(2\pi*4000*t) + \sin(2\pi*4250*t)$
   c) $x = \sin(2\pi*4000*t) + \sin(2\pi*4500*t)$
   d) $x = \sin(2\pi*4062*t)$

   Na podstawie obserwacji należy porównać wpływ zastosowanego okna na parametry transformaty (rozdzielczość, przeciekanie widma).

Matlab – użyteczne funkcje: *sum, exp, fft, ifft, fftshift, boxcar, hamming, bartlett, blackman, stem, real, imag, abs, angle*