

Próbkowanie sygnałów ciągłych

Próbkowanie sygnałów ciągłych polega na pobieraniu ich wartości w określonych chwilach czasu. W praktyce najczęściej mamy do czynienia z próbkowaniem równomiernym, tzn. kolejne próbki pobierane są w takim samym odstępie czasu.

Ciąg wartości dyskretnych $x(n)$ o wyrazach $x(n) = x_a(nT)$ otrzymuje się z sygnału analogowego $x_a(t)$ poprzez okresowe próbkowanie. Wartość T nazywamy okresem próbkowania, a odwrotność okresu próbkowania $f_s = 1/T$ nazywamy częstotliwością próbkowania.

Rekonstrukcja z próbek

Zakładając, że sygnał ciągły został spróbkowany z częstotliwością Nyquista lub większą, możemy dokonać jego rekonstrukcji z próbek. Wartość sygnału analogowego w dowolnej chwili możemy wyznaczyć z zależności:

$$x_a(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_a(nT) \operatorname{sinc}\left(\frac{t}{T} - n\right) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) \operatorname{sinc}\left(\frac{t}{T} - n\right)$$

Funkcję $\operatorname{sinc}(x)$ definiuje się jako:

$$\operatorname{sinc}(x) = \begin{cases} \frac{\sin(\pi x)}{\pi x} & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases}$$

Przykład wykorzystania fukcji *sinc* w Matlabie:

```
x = [-2 : .02 : 2]; %Deklaracja argumentów funkcji
y = sinc(x); %Obliczenie wartości fukcji sinc
figure; %Wizualizacja wyników
stem(y);
```

W ogólności do rekonstrukcji sygnału stosuje się także inne funkcje niż sinc . Proces rekonstrukcji można opisać zależnością:

$$x_a(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) p(t - nT)$$

Idealna rekonstrukcja sygnału wymaga nieskończonej liczby próbek. W praktyce w procesie rekonstrukcji stosuje się sumy o skończonej liczbie elementów.

Interpolacja zerowego rzędu:

$$p(t) = u\left(t + \frac{T}{2}\right) - u\left(t - \frac{T}{2}\right) = \begin{cases} 1 & -\frac{T}{2} \leq t \leq \frac{T}{2} \\ 0 & \text{pozostałe } t \end{cases}$$

Interpolacja liniowa:

$$p(t) = \begin{cases} 1 - \frac{|t|}{T} & -T \leq t \leq T \\ 0 & \text{pozostałe } t \end{cases}$$

Obcięta funkcja sinc:

$$p(t) = \operatorname{sinc}\left(\frac{t}{T} - n\right) \quad -L \leq n \leq L$$

Przykład rekonstrukcji sygnału w Matlabie:

```
fsa=100000;
fsd=2000;
f=100; %Częstotliwość sinusoidy
na=[0:1000];
ta=na/fsa;
nd=[0:length(na)*fsd/fsa];
td=nd/fsd;
xa=sin(2*pi*f*ta); %Model sygnału analogowego
xd=sin(2*pi*f*td); %Próbki sygnału analogowego

%Wizualizacja próbek sygnału
figure;
plot(ta, xa)
hold on
stem(td, xd, 'r')
title('Sygnał i jego próbki');
xlabel('Time [s]');
ylabel('Sygnały');

%Rekonstrukcja sygnału
xs=zeros(size(ta)); %Sygnał zrekonstruowany
for k = 1:length(td/8),
    st = xd(k)*sinc(fsd*(ta-td(k)));
    xs = xs + st;
end;

%Wizualizacja sygnału po rekonstrukcji
figure;
plot(ta, xa)
hold on
plot(ta, xs, 'r')
title('Sygnał i jego rekonstrukcja z próbek');
xlabel('Time [s]');
ylabel('Sygnały');
```

Matlab – użyteczne funkcje:
stem, sinc, interp1

