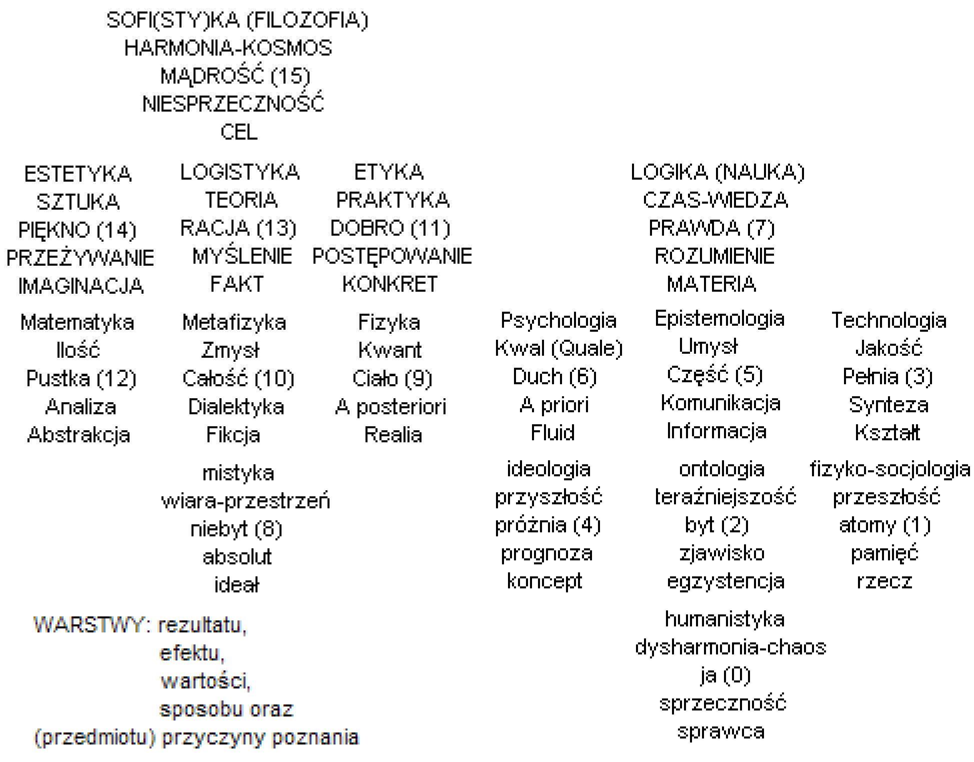
PODSUMOWANIE

Wnioski

Stałe nazwowe i zdaniowe zaliczamy do logiki (nauki w szerokim rozumieniu tego słowa), natomiast zmienne, w szczególności tautologiczne formy (funkcje) zdaniowe, rozpatrujemy wyłącznie w ramach logistyki (ang.: science?). Logika wraz z logistyką, czyli ich suma, wyczerpują zagadnienia filozofii, natomiast ich część wspólna, czyli iloczyn (przecięcie) – mieści i obejmuje zarazem zagadnienia epistemologii (nauki w wąskim rozumieniu tego słowa).

Znak identyczności, dotyczący przedmiotów jednostkowych i pojawiający się w różnego rodzaju teoriach, na przykład predykatów, musi być starannie odróżniany od znaku równości, który odnosi się do nazw opisujących te przedmioty. Zatem wszystkie znaki relacji między przedmiotami powinny być odróżniane od odpowiadających im znaków relacji między opisującymi je wyrażeniami; jest ich ogółem co najmniej cztery, a z negacjami – osiem. Z myleniem przedmiotów z nazwami mamy najczęściej do czynienia w matematyce (dziecięca choroba matematyki; np.: „dwa zbiory są równe”, kiedy mówimy o ich nazwach).

Graficzny opis poznania, angażujący szesnaście węzłów na pięciu poziomach (górnym z jednym węzłem (15), wysokim z czterema (14, 13, 11, 7), centralnym z sześcioma (12, 10, 9, 6, 5, 3), niskim z czterema (8, 4, 2, 1) oraz dolnym z jednym (0) węzłem) z pięcioma warstwami (przedmiotu/przyczyny, sposobu/metody, wartości, efektu i rezultatu poznania) w każdym z węzłów, pozwala ustalić wszystkie niezbędne relacje (częściowego porządku) między tak zdefiniowanymi (poprzez diagram Hassego) najważniejszymi pojęciami, a jest ich około stu:



Wydzielenie z filozofii logiki (nauki, czyli obszarów wiedzy z końcówką: –logia; stały wyjątek to humanistyka w węźle zerowym) prowadzi do pojawienia się w prawej kostce grafu, opisującego poznanie, węzłów z numerami: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7; analogicznie można wydzielić z filozofii etykę (0, 1, 2, 3, 8, 9, 10, 11), logistykę (0, 1, 4, 5, 8, 9, 12, 13) oraz estetykę (0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14); kształt grafu poznania pozostaje przy tym niezmienny.

Przyporządkowanie węzłom uzgodnionych przekonań, w szczególności logicznych, czyli naukowych, ujawnia elementarne, za trzema żywiołami greckimi, dziedziny wiedzy: fizykosocjologię, ontologię (wiedza, jak ...) i ideologię obok złożonych: technologii, epistemologii (wiedza, że ...) i psychologii. Pryska, na przykład, mit o prawdziwości przedmiotów (także i wyrażeń) matematycznych (węzeł 12), bowiem są one co najwyżej piękne (estetyka, węzeł 14) oraz racjonalne (logistyka, węzeł 13); nawet ta zrozumiała część matematyki, czyli ideologia (węzeł 4), nie pozwala odróżniać prawdy (materialnej) od jej braku, zwanego fałszem. W związku z tym należy przemyśleć stosunek tak rozumianej wiedzy naukowej do wiedzy kryjącej się za angielskim – *science*, do której zdecydowanie zaliczana jest matematyka (i co najciekawsze także i logistyka jako: *formal sciences*; czy *science* to logistyka Arystotelesa?).

Przekonania sprzeczne z (czasem -) wiedzą w węźle 7 wiążemy z węzłem 8, to jest z wiarą (- przestrzenią), przy czym gałęzie (krawędzie) w grafie łączące węzły o różnicy numerów równej osiem opisujemy nazwami cnót greckich (*arete*); nazwy tych cnót to odpowiednio: roztropność (15 – 7), odwaga lub męstwo (14 – 6), sprawiedliwość lub uzasadnienie (13 – 5) oraz umiarkowanie lub wstrzemięźliwość (11 – 3), czyli są to synonimy absolutu (8); trzy spośród pozostałych gałęzi utożsamiamy z mnogością lub wielością (12 – 4) jako zaprzeczeniem jedności (7), bezkresem lub nieskończonością (10 – 2) jako zaprzeczeniem granicy (7) oraz ze zmianą lub ruchem (9 – 1) jako zaprzeczeniem spoczynku (7); ostatniej gałęzi prowadzącej od humanistyki do mistyki (8 – 0) przypisujemy absolut, jakim jest: nadzieja (wiarę już mamy, a (miłość lub) umiłowanie (15) pojawia się w słowie filozofia).

Problem z pojęciem materii polega na ciągle powszechnie prezentowanym przekonaniu, że to materia, a nie materiał (greckie: *hyle*), jest równoważna energii (E); materia staje się przy takiej interpretacji pojęciem zbędnym, zastępowanym w fizyce całkowicie przez pojęcie energii (i sił). Z drugiej strony nie wolno jednak zapominać, że do pojęć podstawowych (uznawanych za niedefiniowalne) należą również w powszechnym rozumieniu: materia, energia i informacja. Wyjaśniliśmy, posługując się grafem, że informacja to zgodność kształtu (greckie: *morphe*, u nas liczba M; węzeł 3) i energii, równoważnej czemuś cielesnemu, a więc materiałowi (greckie *hyle*, u nas liczba E; węzeł 9). Informacja to wobec tego warunek dyskursu epistemicznego (także logicznego, a więc i naukowego): M = E. Przy M = E = 0 jest to dyskurs ideowy o koncepcjach, natomiast przy skończonych M = E = 1, 2, 3, ... jest to dyskurs przyrodniczo-społeczny o rzeczach (atomach w terminologii Demokryta: „faktycznie (racjonalnie) oraz zarazem naprawdę istnieją tylko atomy (cząstkowa pełnia lub część pełna dyskursu = dziedzina) i próżnia (cząstkowa pustka lub część pusta dyskursu = przeciwdziedzina)”). W dyskursie o przyrodzie i społeczeństwie zawsze możemy odróżnić prawdę od fałszu; warunku tego nie da się natomiast spełnić w (konstytuującym przyszłość) ideowym dyskursie, związanym przecież ciągle z tym, czego jeszcze nie ma.

Kontynuując problem materii i materializmu nie sposób nie zauważyć, że mnożąc materię zrozumiałą w logice albo nauce (węzeł 7) z fikcją dialektyczną w metafizyce (węzeł 10) otrzymujemy egzystencję zjawiskową w ontologii (węzeł 2); uzupełniając ontologię, albo inaczej materializm dialektyczny, do logiki otrzymujemy materializm historyczny albo epistemologię (węzeł 7 – 2 = 5), składającą się z ideologii dotyczącej przyszłości (węzeł 4) oraz fizyko-socjologii dotyczącej przeszłości (węzeł 1). Nie jest wobec tego przypadkiem, że współautor tego nazewnictwa [**materializmu** dialektycznego (= **indukcyjnego** (10)) **i** historycznego (= **dedukcyjnego** (5))] pisał rozprawę doktorską poświęconą ojcu logiki (szeroko rozumianej nauki), czyli Demokrytowi z Abdery, twórcy materializmu, właśnie.

W naszym schemacie poznania atomy (1) są materialne (7) i cielesne (9) zarazem ($1 \leftrightarrow 7 \wedge 9$, binarnie: $0111 \wedge 1001 \leftrightarrow 0001$), ale (cały = 10 i niewzruszony = 8′ = 7) byt ($2 \leftrightarrow 10 \wedge 7$, binarnie: $1010 \wedge 0111 \leftrightarrow 0010$) jest jeden (7), ograniczony (7) i zgodnie z twierdzeniem (w pracy: *O naturze, czyli o bycie*) Melissosa z Samos – duchowy (6), a więc niecielesny ($2 \rightarrow 6$, binarnie: $0010 \rightarrow 0110$). To właśnie na tym ostatnim twierdzeniu o niecielesności (niekorporalności, duchowości) bytu (egzystencji zjawiskowej skutkującej obok niebytu zmysłami, a nie umysłem, jak w przypadku atomów i próżni) Gorgiasz z Leontinoi (w pracy: *O niebycie,* *czyli o naturze,* gdzie niebyt okazał się cielesny: 8 → 9, binarnie: 1000 → 1001) miał oprzeć swój niezapomniany trylemat dotyczący w jego terminologii niczego: bytu, próżni i niebytu; materialnie i realnie (rzeczowo) istnieją tylko poznawalne umysłowo atomy (oraz rzeczy z nich utworzone), których nie poznaje się zmysłowo. Rzeczy zawsze należą do przeszłości (jak rozgwieżdżone niebo), natomiast egzystencja zjawiskowa (byt Parmenidesa, węzeł 2) jest zmysłowa (10). Na tym miała właśnie polegać różnica między prawdziwą i racjonalną (umysłową) wiedzą o atomach i próżni: *episteme* oraz dobrymi i pięknymi (zmysłowymi) przekonaniami o bycie i niebycie: *doksa*; to rozróżnienie jest jednak kwitowane przez badaczy atomizmu jako dywagacje Demokryta na temat posiadania jakiejś prawdziwej wiedzy o atomach i próżni, przy czym nie wiadomo, czego ta wiedza miałaby dotyczyć; a szkoda, bo jak z powyższego widać – wiadomo.

Gorgiasz zapewne skorzystał z twierdzenia Protagorasa z Abdery (ziomka Demokryta), który twierdził, że to „człowiek jest miarą wszystkich rzeczy; istniejących, że (i jak) istnieją, a nieistniejących, że (i jak) nie istnieją”, kiedy utożsamił rozpoznawalność (kształt = 3) z istnieniem materialnym i konkretnym (morficznym) eXC, a komunikowalność (informację = 5) z istnieniem materialnym i faktycznym (informacyjnym albo substancjalnym?) ExC. Koniunkcja tych rodzajów istnienia (3 ∧ 5 ↔ 1) daje właśnie podstawowy sposób istnienia, jakim jest istnienie materialne i realne (rzeczowe) exC, a tak istnieją tylko atomy (rzeczy).

Sposobów istnienia, przy pięciu elementach (żywiołach), jest de facto 32 = 2^5; tutaj wydedukujemy tylko te, które uwzględniają element (przedmiot), którego nie ma, czyli 16 sposobów. Każdemu węzłowi grafu odpowiada wobec tego swój sposób istnienia: **ex**C, **ex**C′ (0), exC (1), **Ex**C ⇔ exC′ (4), ExC, ExC′ (5), eXC (3), eXC′ (12), EXC (istnienie jasne 7), EXC′ (istnienie wyraźne 13), **eX**C ⇔ ~EXC′ ∨ **ex**C′ (2), ~EXC ∨ **ex**C (8), ~ExC ∨ **ex**C, ~ExC′ ∨ **ex**C′ (10), ~exC′ ∨ **ex**C′ (11), ~exC ∨ **ex**C (14), ~**ex**C′ ∨ **ex**C′, ~**ex**C ∨ **ex**C (15), **EX**C ⇔ ~EXC′ ∨ exC′ (6), ~EXC ∨ exC (9); mamy zgodnie z powyższym przekonujące uzasadnienie dla twierdzenia Protagorasa: „człowiek miarą”.

Do wiedzy (7) i wiary (8), jako wykluczających się nawzajem (0 ↔ 7 ∧ 8), dochodzimy dzięki wprowadzonym funktorom uznania: (~)f, zamieniającym zdania wielowartościowe: q(|p) w dwuwartościowe; oznaczmy je przez: Q, a więc: Q ↔ (~)fq(|p). Drugie w kolejności funktory konieczności (pewności) □Q, odczytywane: wiem, że Q oraz wykluczania (niemożliwości) ΔQ, odczytywane: wierzę, że Q pozwalają nam za pomocą sprawdzania zero-jedynkowego (skoro jest to zawsze tylko przypadek dwuwartościowy) wywnioskować:

□Q	↔	~□~Q	↔	Δ~Q	↔	~ΔQ
00		0110		010		010
11		1001		101		101
ΔQ	↔	~Δ~Q	↔	□~Q	↔	~□Q
10		1010		110		100
01		0101		001		011

Mamy wobec tego, w ramach dyskursów epistemicznych, trzy równoważne wypowiedzi dla: wiem, że Q w postaci: nie wiem, że nie Q; wierzę, że nie Q; nie wierzę, że Q oraz trzy równoważne wypowiedzi dla: wierzę, że Q w postaci: nie wierzę, że nie Q; wiem, że nie Q; nie wiem, że Q.

Błędem byłoby nie wspomnieć w podsumowaniu także o pozostałych, skądinąd ważnych, wnioskach, jakie przewijały się w toku rozważań, a mogły mimo to pozostać niedostrzeżone; należą do nich między innymi, warte szczególnej uwagi czytającego, stwierdzenia: Wiedza wymaga czasu, a wiara potrzebuje przestrzeni; Informacja (przypuszczalnie wśród Greków rozumiana jako: substancja) to zgodność materiału (*hyle*) i kształtu (*morphe*) – istota hylemorfizmu (POZNANIE). Nie można ilościowo rozpatrywać wszystkiego, bowiem zawsze trzeba wskazać jakiś element, którego nie ma; Kodowanie (źródłowe) wiedzy (komunikowalnej) może stanowić przyszłość komunikacji (DYSKURS). Najogólniej rzecz ujmując, zbiorem (mnogością) nazywamy kolekcję, traktowaną jako pojedynczy przedmiot, natomiast bardziej precyzyjne wyjaśnienie pojęcia zbioru stanowi, że jest on przedmiotem elementarnym wyższego typu od tworzącej go kolekcji; Symbolikę przedmiotów w teorii zbiorów można (przez analogię do rysunków w geometrii) traktować jako zbędną (choć niewątpliwie przydatną w nauczaniu); Nikomu jak dotąd (rok 2013/22) nie udało się przeprowadzić (dla aksjomatycznej teorii zbiorów) dowodu niesprzeczności (ZBIORY). Ostatecznie (podstawowe) zdanie typu: A-y są B-ami, które zwykle skracamy do A a B, definiujemy bez posługiwania się rysunkami, a więc uciekając się (dzięki pojęciu istnienia) wyłącznie do środków językowych; Problemem rachunku predykatów (kwantyfikatorów) jest definicja predykatu (bycie F-em), rozumianego dzisiaj ciągle intuicyjnie, a więc definicja podstawowego przedmiotu tego rachunku; chodzi przynajmniej o taki stopień precyzji, z jakim określiliśmy w naszych rozważaniach szczególny przypadek zdania A a B, jakim jest zdanie typu A jest B-em, które przecież zawiera w jakiś sposób w sobie pojęcie predykatu (ISTNIENIE). Prawdopodobieństwo (zdaniowe, nazywane często także logicznym) znajduje zastosowanie przy uznawaniu zdań cząstkowych (cząstek) w dyskursach epistemicznych (M = E); Podział logiczny zdań typu: A są B (wraz z jego szczególnym przypadkiem, to jest zdaniem typu: A jest B) według kryterium prawdopodobieństwa (logicznego) jest nie tylko rozłączny, ale również wyczerpuje i porządkuje wnioskowania (sy)logistyczne – kanon argumentacji do XIX wieku włącznie (PRAWDOPODOBIEŃSTWO).

Na koniec, jako osoba należąca do środowiska technicznego (związana z tak zwanymi „naukami technicznymi”), chciałbym zwrócić uwagę na (chyba po raz pierwszy w historii klasyfikacji nauk tak głębokie) uzasadnienie wyodrębnienia uzgodnionych przekonań technicznych (w ramach wiedzy o jakości, z uwzględnieniem „know-how” albo „wiedzy, jak...”) w postaci technologii (ontologii plus fizyko-socjologii). Będzie także na miejscu uwaga, że wszechogarniająca nas (tele)komunikacja, mimo dzisiejszych niepodważalnych związków z technologią, ma swój rodowód w informacji jako przedmiocie (przyczynie), wymianie myśli i ich rozumieniu (komunikacji) jako sposobie, umyśle jako efekcie i epistemologii jako rezultacie poznania; nieprzypadkowe jest również, mające obecnie historyczne znaczenie, nazwanie jednostki informacji bitem, czyli po prostu: kawałkiem, albo bardziej uczenie (w przeciwieństwie do całości): częścią, którą uznaliśmy właśnie w tym przypadku (węźle 5) za wartość poznawczą logistyki i logiki (czyli nauki) zarazem.

Uwagi

Na tym w zasadzie kończy się moja opowieść o podróży greckich twórców zapomnianego kanonu nauki (po grecku: logiki) od dysharmonii chaosu (węzeł 0, humanistyka), po ścieżkach (ręką autora kreślonego grafu) poznania, poprzez czas-wiedzę (greckie: *logos*, węzeł 7, logika albo nauka) oraz wiarę-przestrzeń (greckie: *mythos*, węzeł 8, mistyka), do harmonii kosmosu (węzeł 15, sofi(sty)ka albo filozofia).

Nie podaję (zbędnego tu) przeglądu literatury, wychodzącego poza wspomniane w tekście znane powszechnie prace i twierdzenia, wymienionych explicite z imienia i/lub nazwiska ponad dwudziestu autorów (w tym piętnastu z Grecji, gdzie i kiedy ten zapomniany rachunek logiczny tworzono), bowiem przedmiot tej pracy jest na tyle ogólny, że nietaktem byłoby niedocenianie wkładu, w tak podstawowe zagadnienia, kogokolwiek.

Sposób, w jaki prezentowany jest ten materiał, a więc z niezliczoną wydawałoby się liczbą nawiasów zamiast odsyłaczy, jest moim zdaniem optymalny; w tekście pisanym, w przeciwieństwie do mówionego (odsłuchiwanego), można wielokrotnie odczytywać lub opuszczać, w ramach potrzeb, fragmenty zawierające fakultatywne dodatki tym bardziej, że powyższego tekstu i tak na pewno nie da się (ze zrozumieniem) przeczytać jednokrotnie (za pierwszym razem albo jeszcze inaczej: tylko jeden raz).

Uwaga zamykająca niniejszą pracę, w całości poświęconą greckiemu, tu szesnastkowemu (heksadecymalnemu), rachunkowi (15) logicznemu (= naukowemu (7)), wynika z zarzutu, jaki pojawia się w związku z jakoby brakiem zależności między zdaniem typu: A jest B i numerami relacji między nazwami A oraz B, o których mówi się już we wprowadzeniu odnośnie zdań typu: A są B; numery relacji: 0, 1, 4, 5, 8, 9, 12 oraz 13 jednoznacznie wiążemy tam z uznawaniem (za prawdziwe) zdań A a B. Aby uzyskać ścisłe, choć w tym przypadku nie tak bezpośrednie, zależności między numerami relacji a uznawanymi zdaniami A jest B, będącymi, jak wiemy, szczególnym przypadkiem zdań A są B, musimy wprowadzić pojęcie modułu relacji, bowiem same numery stosunków między nazwami A oraz B tego problemu w żaden sposób nie rozwiązują. Modułów relacji wyróżnimy dziewięć, jak poniżej, gdzie pojawiają się kolejno: nazwa modułu (relacja: t ma związek ze zdaniem typu: A t B ↔ A e B′), numery relacji związane z modułem, wzór na liczbę zdań w danym module (oznaczenie: $\{^{M}_{0}\}$ odnosi się do liczb Stirlinga drugiego rodzaju, które tylko przy M równym zeru przyjmują wartość jedności, a w pozostałych przypadkach oznaczają zero) oraz ciąg pięciu liczb w nawiasach okrągłych, wskazujących liczbę zdań (uznawanych za prawdziwe) w danym module przy określonym M (M = 0, 1, 2, 3, 4 ...).

moduł: a 1, 5, 9, 13 $3^M - 2^M - M\cdot 2^{M-1}$ (0, 0, 1, 7, 33 ...)	moduł: i, o 3, 7, 11, 15 $4^M - 2\cdot 3^M + 2^M$ (0, 0, 2, 18, 110 ...)	moduł: g 2, 6, 10, 14 $3^M - 2^M - M\cdot 2^{M-1}$ (0, 0, 1, 7, 33 ...)
moduł: e 1, 5, 9, 13 $M\cdot 2^{M-1}$ (0, 1, 4, 12, 32 ...)	moduł: a, g 0 $\{^{M}_{0}\}$ (1, 0, 0, 0, 0 ...)	moduł: t 2, 6, 10, 14 $M\cdot 2^{M-1}$ (0, 1, 4, 12, 32 ...)
moduł: e, g 4 $1 - \{^{M}_{0}\}$ (0, 1, 1, 1, 1 ...)	moduł: e, t 12 $2^M - 2 + \{^{M}_{0}\}$ (0, 0, 2, 6, 14 ...)	moduł: t, a 8 $1 - \{^{M}_{0}\}$ (0, 1, 1, 1, 1 ...)

Różnica między modułem: a oraz modułem: e, gdzie pojawiają się dokładnie takie same numery relacji: 1, 5, 9, 13, polega na tym, że w module: a nie występują prawdziwe zdania typu A e B, natomiast w module: e, poza prawdziwymi zdaniami typu A e B, wszystkie zdania typu A a B muszą być również prawdziwe; innymi słowy, w module: a przedmioty oznaczane przez nazwę A są mnogie, a nie tylko elementarne, jak w module: e.

Sumując liczbę zdań we wszystkich modułach dla kolejno M = 0, 1, 2, 3 oraz 4 uzyskujemy: 1, 4, 16, 64 oraz 256, czyli 4^M zdań utworzonych z nazw A oraz B w dyskursie z dokładnie M przedmiotami elementarnymi; sumując liczbę zdań w sześciu modułach, w nazwach których pojawia się: e albo a, otrzymujemy: 1, 3, 9, 27 oraz 81, czyli 3^M uznanych za prawdziwe zdań typu: A a B, natomiast sumując liczbę zdań w trzech modułach, w nazwach których pojawia się: e, otrzymujemy: 0, 2, 7, 19 oraz 47, czyli $(M + 2)\cdot 2^{M-1} - 1$ uznanych za prawdziwe zdań typu: A e B.

Moduły pozwalają tworzyć tak zwane kwadraty logiczne dla zdań typu: A są B oraz A jest B; w szczególności najbardziej znany kwadrat dla zdań A są B [A a (g, i, o) B], z warunkiem exA, tworzą: cztery moduły na górze (a,g; e,g; e,t oraz t,a z 2^M zdaniami), po dwa po bokach (e; a oraz t; g z odpowiednio $3^M - 2^M$ zdaniami na każdym z boków) i jeden na dole takiego kwadratu (i,o z $4^M - 2\cdot 3^M + 2^M$ zdaniami). Liczbę zdań w relacjach o odpowiednich numerach można również policzyć posługując się trójkątem chińskim, zwanym też trójkątem Pascala: $4^M - 4\cdot 3^M + 6\cdot 2^M - 4\cdot 1^M + \{^{M}_{0}\}$ dla relacji 15; $3^M - 3\cdot 2^M + 3\cdot 1^M - \{^{M}_{0}\}$ dla 14, 13, 11 oraz 7; $2^M - 2\cdot 1^M + \{^{M}_{0}\}$ dla 12, 10, 9, 6, 5 oraz 3; $1^M - \{^{M}_{0}\}$ dla 8, 4, 2 oraz 1 i $\{^{M}_{0}\}$ dla relacji 0.

Warsztaty/Ćwiczenia 6: Podsumowanie w zadaniach

Zadanie 1.6.

Omówić zdanie typu: A są B w kontekście tak zwanych kwadratów logicznych.

Odpowiedź: Jest dokładnie sześć kwadratów logicznych (pierwszy: relacje 12, 3; drugi: rel. 10, 5; trzeci: rel. 9, 6; czwarty: rel. 6, 9; piąty rel. 5, 10 i szósty: rel. 3, 12, a więc zgodnie z numerami węzłów na poziomie centralnym w grafie poznania), uwzględniających cztery zdania ogólne: A d B ↔ A′ a B, A b B ↔ A′ a B′, A a B ↔ A są B, A g B ↔ A a B′ i cztery zdania szczegółowe, będące odpowiednio zaprzeczeniami tych zdań ogólnych:
A z B ↔ exA′·B′, A p B ↔ exA′·B, A o B ↔ exA·B′, A i B ↔ exA·B, oto one:

czwarty

d	0, 2, 4, 6	g
7		14
5	exA÷B'	12
3		10
1		8
i	9,11,13,15	z

drugi

b	0, 2, 8, 10	g
11		14
9	exB	12
3		6
1		4
i	5, 7, 13, 15	p

pierwszy

a	0, 4, 8, 12	g
13		14
9	exA	10
5		6
1		2
i	3, 7, 11,15	o

szósty

d	0, 1, 2, 3	b
7		11
6	exA'	10
5		9
4		8
p	12,13,14,15	z

piąty

d	0, 1, 4, 5	a
7		13
6	exB'	12
3		9
2		8
o	10, 11,14,15	z

trzeci

b	0, 1, 8, 9	a
11		13
10	exA÷B	12
3		5
2		4
o	6, 7, 14, 15	p

Litery umieszczone w wierzchołkach kwadratów oznaczają odpowiednie zdania ogólne i szczegółowe, których te kwadraty dotyczą; w środku znajduje się warunek umożliwiający wywnioskowanie zdania szczegółowego ze znajdującego się nad nim zdania ogólnego, natomiast na bokach kwadratów wypisane są numery relacji (od 0 do 15) wspólne dla obu prawdziwych zdań odpowiadających danemu bokowi kwadratu; dokładnie omówimy to na podstawie najbardziej znanego kwadratu pierwszego z warunkiem: exA.

Kwadrat pierwszy z wyznaczającymi go relacjami: 12, 3 budujemy, podobnie jak każdy inny kwadrat, zaznaczając najpierw wymienione dla danego kwadratu relacje, tutaj: dwunastą i trzecią (suma tych relacji wynosi zawsze piętnaście) kolejno na końcu boku górnego i na początku boku dolnego. Na górnym boku wypisujemy wszystkie numery węzłów z poziomów dolnego i niskiego w grafie poznania, czyli: 0, 1, 2, 4, 8 (odpowiadają one żywiołom greckim: ogniowi, ziemi, wodzie, powietrzu i bezkresowi), dające w sumie numer pierwszej relacji, określającej dany kwadrat, tutaj: relacji 12, a więc będą to numery 0, 4 i 8, bo 12 = 0 + 4 + 8, które wypisujemy w górnym boku kwadratu pierwszego. Relacje te, czyli 0, 4, 8 i 12 charakteryzują zdanie: nie istnieje A (A jest tu podmiotem w zdaniach kategorycznych, których kwadraty dotyczą): ~exA. Wnioskujemy, że wszystkie pozostałe relacje gwarantują istnienie podmiotu: exA i taki warunek wpisujemy w środku kwadratu, tutaj kwadratu pierwszego. Relacje w dolnym boku kwadratu poczynając od drugiej relacji charakteryzującej dany kwadrat, tutaj od relacji 3, są zaprzeczeniami relacji boku górnego: 12′ = 3, 8′ = 7, 4′ = 11 oraz 0′ = 15, a więc poza trójką mamy na dolnym boku kwadratu pierwszego 7, 11 i 15 (numery węzłów, w które przechodzi do góry węzeł 3 w grafie poznania). Na dole pozostałych dwóch boków wypisujemy numery dające w sumie numer drugiej relacji charakteryzującej kwadrat, tutaj relacji 3, czyli odpowiednio 1 oraz 2, skoro 3 = 1 + 2, a dalej sumując tę jedynkę i dwójkę z numerami na boku górnym mamy nad jedynką relacje: 5, 9 i 13, a nad dwójką relacje 6, 10 i 14. Relacje sąsiednich boków wyznaczają jednoznacznie typy ogólnych zdań kategorycznych: d (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7), b (0, 1, 2, 3, 8, 9, 10, 11), a (0, 1, 4, 5, 8, 9, 12, 13) oraz g (0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14), które umieszczamy przy boku górnym, tutaj: a (blisko rel. 13) oraz: g (blisko rel. 14), a także typu szczegółowych zdań kategorycznych: z (8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15), p (4, 5, 6, 7, 12, 13, 14, 15), o (2, 3, 6, 7, 10, 11, 14, 15) oraz i (1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15), które umieszczamy przy boku dolnym, tutaj: i (blisko rel. 1) oraz o (blisko relacji 2); dobrze zapamiętać jest związki: d (7), z (8); b (11), p (4); a (13), o (2), g (14), i (1).

Po zapoznaniu się ze sposobem tworzenia kwadratu pierwszego należałoby przećwiczyć konstruowanie pozostałych pięciu, a istotną pomocą mogą być przy tym diagramy Eulera-Venna; każdemu bokowi w kwadratach odpowiada swój EVD: z dwoma polami wykreślonymi dla górnych, z dwoma zaznaczonymi dla dolnych oraz jednym polem zaznaczonym i jednym wykreślonym dla pozostałych dwóch boków w kwadratach.

Można także zauważyć, że relacje w kwadracie szóstym (exA′) można otrzymać subwertując relacje w kwadracie pierwszym (exA), a relacje w kwadracie piątym (exB′) obwertując relacje w kwadracie drugim (exB), ostatnie dotyczy również kwadratów trzeciego (exA÷B) i czwartego (exA÷B'); podobnie między relacjami kwadratu pierwszego (exA) i drugiego (exB) ma miejsce konwersja, która również zachodzi między relacjami kwadratu piątego (exB′) i szóstego (exA′); najbardziej skomplikowane są zależności między kwadratami pierwszym i piątym oraz drugim i szóstym odpowiednio w postaci konsubwersji i konobwersji.

Zadanie 2.6.

Omówić zdanie typu: A jest B w kontekście tak zwanych kwadratów logicznych.

Odpowiedź: Są dwa kwadraty: [A l (s, e, t) B] z warunkiem $\Diamond\varepsilon^1$A oraz [A r (n, m, k) B] z warunkiem $\Diamond\varepsilon^1$A′. Omówimy najpierw kwadrat pierwszy, budowany podobnie jak i pierwszy kwadrat dla zdań typu A są B, z modułów relacji, branych w takich samych ilościach, to jest czterech modułów na górze: a, g (rel. 0); a (rel. 1, 5, 9, 13); g (rel. 2, 6, 10,14) oraz i, o (rel. 3, 7, 11, 15) po dwa po bokach: e (13, 9, 5, 1); e, g (rel. 4) oraz t (14, 10, 6, 2); t, a (rel. 8) i jednego na dole kwadratu: e, t (rel. 12). W rogach kwadratu pojawiają się litery: l, s, e oraz t dla zdań: A l B ↔ □A λ B ↔ ~A e B′, A s B ↔ □A σ B ↔ ~A e B, A e B ↔ ◊A ε B ↔ A jest B oraz A t B ↔ ◊A τ B ↔ A e B′.

0
1, 5, 9, 13
2, 6, 10, 14
l 3, 7, 11, 15 s
13 14
9 10
5 $\lozenge\varepsilon^1 A$ 6
1 2
4 8
e 12 t

Wpisując pod nim kwadrat pierwszy
z rozbiciem na moduły: e, a oraz g, t mamy:

a 0, 4, 8, 12 g
13, 13 14, 14
9, 9 exA 10, 10
5, 5 $\lozenge\varepsilon_1 A$ 6, 6
1, 1 2, 2
i 3, 7, 11,15 o

Łatwo jest zauważyć podobieństwo budowy ze względu na liczbę modułów oraz prześledzić zależności: A e B → A a B, A t B → A g B, A i B → A l B, A o B → A s B.
Kwadrat drugi otrzymujemy z pierwszego przekształcając numery relacji zgodnie z zasadami subwersji, przy której, jak pamiętamy, zaprzeczamy podmiot; w rogach kwadratu pojawiają się zamiast liter: l, s, e oraz t dla zdań: A l B ↔ ~A e B′, A s B ↔ ~A e B, A e B ↔ A jest B oraz A t B ↔ A e B′ odpowiednio litery: r, n, m oraz k dla zdań: A r B ↔ □A ρ B ↔ ~A′ e B′, A n B ↔ □A ν B ↔ ~A′ e B, A m B ↔ ◊A μ B ↔A′ e B oraz A k B ↔ ◊A ξ B ↔ A′ e B′.

0
4 5, 6, 7
8, 9, 10, 11
r 12, 13, 14, 15n
7 11
6 10
5 $\lozenge\varepsilon^1 A'$ 9
4 8
1 2
m 3 k

Wpisując pod nim kwadrat
szósty mamy:

d 0, 1, 2, 3 b
7, 7 11, 11
6, 6 exA′ 10, 10
5, 5 $\lozenge\varepsilon_1 A'$ 9, 9
4, 4 8, 8
p 12, 1 3, 14, 15 z

Łatwo jest zauważyć podobieństwo obu kwadratów ze względu na liczbę modułów oraz prześledzić zależności: A m B → A d B, A k B → A b B, A p B → A r B, A z B → A n B.

Zadanie 3.6.
Omówić widełki: LA+B, HA+B, LA·B, HA·B dla liczby przedmiotów reprezentowanych przez sumy i iloczyny nazw: A, B, to jest: A + B i A·B. Odpowiedź:

Widełki LC, HC dla liczby przedmiotów o nazwie C w dyskursie epistemicznym z M elementami, występujące w wyrażeniu: $\Diamond\varepsilon_{LC}{}^{HC}C$ (niewykluczone (możliwe), że jest co najmniej LC i co najwyżej HC przedmiotów o nazwie C), określamy dla sumy A + B i iloczynu A·B nazw A oraz B następująco:

LA+B = max(LA, LB), HA+B = min(HA + HB, M) oraz
LA·B = max(LA + LB – M, 0), HA·B = min(HA, HB).

W szczególności jeśli jedna z nazw, np. A, jest pełna (A = $N2^{M-1} - 1$), to:
$\Diamond\varepsilon_M{}^M A \wedge \Diamond\varepsilon_{LB}{}^{HB} B \rightarrow \Diamond\varepsilon_M{}^M A{+}B \wedge \Diamond\varepsilon_{LB}{}^{HB} A{\cdot}B$,
a także jeśli jedna z nazw, np. B, jest pusta (B = N0), to:
$\Diamond\varepsilon_{LA}{}^{HA} A \wedge \Diamond\varepsilon_0{}^0 B \rightarrow \Diamond\varepsilon_{LA}{}^{HA} A{+}B \wedge \Diamond\varepsilon_0{}^0 A{\cdot}B$.

A oto dalsze przykłady:
$M \geq 0$ (przy M = 0 A i B są pełne i puste zarazem): $\Diamond\varepsilon_M{}^M A \wedge \Diamond\varepsilon_0{}^0 B \rightarrow \Diamond\varepsilon_M{}^M A{+}B \wedge \Diamond\varepsilon_0{}^0 A{\cdot}B$;
M = 3 (nazwa A jest pełna, a B – pusta): $\Diamond\varepsilon_3{}^3 A \wedge \Diamond\varepsilon_0{}^0 B \rightarrow \Diamond\varepsilon_3{}^3 A{+}B \wedge \Diamond\varepsilon_0{}^0 A{\cdot}B$;
M = 5: $\Diamond\varepsilon_2{}^3 A \wedge \Diamond\varepsilon_4{}^5 B \rightarrow \Diamond\varepsilon_4{}^5 A{+}B \wedge \Diamond\varepsilon_1{}^3 A{\cdot}B$;
M = 7: $\Diamond\varepsilon_3{}^5 A \wedge \Diamond\varepsilon_2{}^4 B \rightarrow \Diamond\varepsilon_3{}^7 A{+}B \wedge \Diamond\varepsilon_0{}^4 A{\cdot}B$;
M = 10: $\Diamond\varepsilon_6{}^6 A \wedge \Diamond\varepsilon_5{}^5 B \rightarrow \Diamond\varepsilon_6{}^{10} A{+}B \wedge \Diamond\varepsilon_1{}^5 A{\cdot}B$ ($\Diamond\varepsilon_6{}^6 A \wedge \Diamond\varepsilon_5{}^5 B \leftrightarrow \Diamond\varepsilon 6A \wedge \Diamond\varepsilon 5B$).

Ostatni przykład dowodzi, że przy pewności co do liczby przedmiotów, wskazywanych przez obie nazwy (6 oraz 5), nie jest jednoznaczna liczba przedmiotów, wskazywanych przez sumę i iloczyn obu tych nazw (6 do 10 oraz 1 do 5). Jednoznaczność pojawia się, kiedy zmienne nazwowe zastępujemy stałymi (rachunek logistyczny zastępujemy logicznym).

Zadanie 4.6.
Podać wzory na liczbę zdań prawdziwych typu A są B (A a B), w tym zdań prawdziwych typu A jest B (A e B), dla poszczególnych relacji między podmiotem A i orzecznikiem B w dyskursie epistemicznym z dokładnie M przedmiotami elementarnymi.
Odpowiedź:

Zdanie typu: A a B jest prawdziwe dla relacji (między podmiotem A i orzecznikiem B) o numerach: 0, 1, 4, 5, 8, 9, 12, 13. Relacje te można uporządkować ze względu na podział zdań typu A a B na zdania w interpretacji słabej: ~exA ∨ ~exB′, to jest relacje o numerach: 0, 1, 4, 5, 8, 12, oraz na zdania w interpretacji mocnej: exA ∧ exB′, czyli relacje o numerach: 9, 13. Relacje dla interpretacji słabej, można z kolei podzielić na trzy grupy po dwie relacje, a więc: 0, 4 dla ~exA ∧ ~exB′; 8, 12 dla ~exA ∧ exB′ oraz 1, 5 dla exA ∧ ~exB′, skoro:
~exA ∨~exB′ (0,1,4,5,8,12) ↔ ~exA ∧~exB′ (0,4) ∨ ~exA ∧ exB′ (8,12) ∨ exA ∧~exB′ (1,5),
co najprościej jest prześledzić rysując odpowiednie diagramy Eulera-Venna (EVD).

Dla rel. 0 mamy $\{^M{}_0\}$, a dla rel. 4 mamy 1– $\{^M{}_0\}$ zdań prawdziwych, w sumie: 1 zdanie;
dla rel. 8 mamy 1– $\{^M{}_0\}$, a dla rel. 12 mamy $2^M - 2 + \{^M{}_0\}$ zdań, w sumie: $2^M - 1$ zdań;
dla rel. 1 mamy 1– $\{^M{}_0\}$, a dla rel. 5 mamy $2^M - 2 + \{^M{}_0\}$ zdań, w sumie: $2^M - 1$ zdań.

Dla relacji 0, 1, 4, 5, 8, 12 jest więc razem $2{\cdot}2^M - 1$ prawdziwych zdań typu A są B w interpretacji słabej. Interpretacja mocna, to jest relacje 9, 13, skoro łącznie zdań prawdziwych typu A są B jest równo 3^M, dodaje: $3^M - (2{\cdot}2^M - 1) = 3^M - 2{\cdot}2^M + 1$ kolejne zdania prawdziwe. Można je także policzyć biorąc pod uwagę, że: dla relacji 9 mamy $2^M - 2 + \{^M{}_0\}$ zdania prawdziwe, a dla relacji 13 kolejne $3^M - 3{\cdot}2^M + 3 - \{^M{}_0\}$, a więc w sumie $3^M - 2{\cdot}2^M + 1$ zdania prawdziwe w interpretacji mocnej, jak powyżej (jak również i w ostatniej uwadze podsumowania).

Mając liczbę prawdziwych zdań typu A są B dla każdej z relacji: 0, 1, 4, 5, 8, 9, 12 i 13 postarajmy się policzyć w tychże relacjach ilość zdań typu A jest B, czyli zdań będących szczególnym przypadkiem zdań typu A są B. Aby otrzymać zdanie A e B musimy do zdania A a B dodać dwa dodatkowe warunki; pierwszy: jest co najwyżej jedno A oraz drugi: jest przynajmniej jedno B; drugiego z tych warunków nie spełnia żadne ze zdań A a B w relacjach o numerach: 0 i 8. Pozostają więc do policzenia liczby zdań typu A jest B w relacjach o numerach: 1, 4, 5, 12 dla interpretacji słabej oraz 9, 13 dla interpretacji mocnej. Podobnie jak poprzednio połączmy te relacje w pary: 4, 12 (~exA (∧ exB)) oraz 1, 5 (exA ∧ ~exB′) dla interpretacji słabej oraz 9, 13 (exA ∧ exB′) dla interpretacji mocnej rysując, na przykład, dla tych par odpowiednie EVD.

Dla rel. 4 mamy $1 – \{^{M}{}_{0}\}$, a dla rel. 12 mamy $2^{M} – 2 + \{^{M}{}_{0}\}$ zdań, w sumie: $2^{M} – 1$ zdań;
dla relacji 1 mamy $\{^{M-1}{}_{0}\}$, a dla relacji 5 mamy $M – \{^{M-1}{}_{0}\}$ zdań, w sumie: M zdań;
dla rel. 9 mamy $M – \{^{M-1}{}_{0}\}$, a dla rel. 13 mamy $M(2^{M-1}– 2)+\{^{M-1}{}_{0}\}$ zdań, w sumie: $M(2^{M-1} – 1)$ zdań prawdziwych. Łącznie zdań prawdziwych typu A e B będzie zatem: $(M + 2)\ 2^{M-1} – 1$.

Zadanie 5.6.

Przedstawić tabelę przekształceń relacji.
Odpowiedź: Kolumny: wersja(v), *ob*v, *sub*v, *tra*v, *con*v, *conob*v, *consub*v oraz *contra*v.

A $\varphi^{(x)}$ B	A $\varphi^{(x)}$ B'	A' $\varphi^{(x)}$ B	A' $\varphi^{(x)}$ B'	B $\varphi^{(x)}$ A	B' $\varphi^{(x)}$ A	B $\varphi^{(x)}$ A'	B' $\varphi^{(x)}$ A'
0000(0)	0000(0)	0000(0)	0000(0)	0000(0)	0000(0)	0000(0)	0000(0)
0001(1)	0010(2)	0100(4)	1000(8)	0001(1)	0100(4)	0010(2)	1000(8)
0010(2)	0001(1)	1000(8)	0100(4)	0100(4)	0001(1)	1000(8)	0010(2)
0011(3)	0011(3)	1100(12)	1100(12)	0101(5)	0101(5)	1010(10)	1010(10)
0100(4)	1000(8)	0001(1)	0010(2)	0010(2)	1000(8)	0001(1)	0100(4)
0101(5)	1010(10)	0101(5)	1010(10)	0011(3)	1100(12)	0011(3)	1100(12)
0110(6)	1001(9)	1001(9)	0110(6)	0110(6)	1001(9)	1001(9)	0110(6)
0111(7)	1011(11)	1101(13)	1110(14)	0111(7)	1101(13)	1011(11)	1110(14)
1000(8)	0100(4)	0010(2)	0001(1)	1000(8)	0010(2)	0100(4)	0001(1)
1001(9)	0110(6)	0110(6)	1001(9)	1001(9)	0110(6)	0110(6)	1001(9)
1010(10)	0101(5)	1010(10)	0101(5)	1100(12)	0011(3)	1100(12)	0011(3)
1011(11)	0111(7)	1110(14)	1101(13)	1101(13)	0111(7)	1110(14)	1011(11)
1100(12)	1100(12)	0011(3)	0011(3)	1010(10)	1010(10)	0101(5)	0101(5)
1101(13)	1110(14)	0111(7)	1011(11)	1011(11)	1110(14)	0111(7)	1101(13)
1110(14)	1101(13)	1011(11)	0111(7)	1110(14)	1011(11)	1101(13)	0111(7)
1111(15)	1111(15)	1111(15)	1111(15)	1111(15)	1111(15)	1111(15)	1111(15)

Zadanie 6.6.

Podać najnowszą interpretację (już czterech, o rozumieniu) twierdzeń Gorgiasza. Odpowiedź:

~exC	(1.)	Byt (C) nie istnieje;
exC ↔ ~eXC	(2.)	gdyby istniał, byłby nierozpoznawalny;
eXC ↔ ~ExC	(3.)	gdyby jednak był rozpoznawalny, to byłby niekomunikowalny;
ExC ↔ ~EXC	(4.)	a gdyby nawet był komunikowalny, to byłby niezrozumiały.
exC ↔ eXC ∧ ExC		Istnienie realne i materialne zarazem, czyli rzeczowe (węzeł 1);
EXC ↔ eXC ∨ ExC		istnienie (celowe i) materialne, czyli zrozumiałe (węzeł 7).

Istnienie rzeczowe to koniunkcja rozpoznawalności (węzeł 3) i komunikowalności (węzeł 5), natomiast rozumienie to alternatywa rozpoznawalności i komunikowalności (3 ∨ 5 ↔ 7).