5. PRAWDOPODOBIEŃSTWO ZDANIOWE

Uznawanie zdań cząstkowych, funktory uznawania

Prawdopodobieństwo znajduje zastosowanie przy uznawaniu zdań cząstkowych (cząstek) w dyskursach epistemicznych (M = E). Wyjaśniliśmy już, że jedno z podstawowych zdań, nazywane obecnie atomicznym lub atomowym: A ε B (A jest B), można złożyć ze zdań cząstkowych: $\varepsilon_0{}^1A \wedge \varepsilon_1{}^MB$ (jest co najwyżej jedno A i jest przynajmniej jedno B), wykorzystując spójnik rachunku zdań (tu spójnik koniunkcji). W ogólnym przypadku każde zdanie cząstkowe q(/p), to jest zdanie w postaci niewarunkowej: q bądź warunkowej: q/p (q pod warunkiem, że p; jeśli p, q nie są ani prawdziwe, ani fałszywe, to kreska pionowa), można przedstawić w postaci dowolnej (skończonej) liczby cząstek: $\varepsilon_L{}^HC$ (jest co najmniej L i co najwyżej H (przedmiotów o nazwie) C) połączonych spójnikami rachunku zdań. Dziś nie tylko w fizyce, ale również i w obejmującej ją logistyce, staramy się opisywać atomy (z definicji niepodzielne) poprzez coraz to bardziej elementarne cząstki (część to przecież wartość poznawcza w epistemologii, a także zawsze jakieś kawałki (bity) informacji).

Uznawanie zdań cząstkowych: q(/p) sprowadza się do poprzedzenia ich odpowiednim funktorem uznania: f, zwykle jednym z dwóch, czyli: jest niewykluczone (możliwe), że q(/p), kiedy zdanie ma wagę niezerową (ma prawdopodobieństwo różne od zera), oraz: jest konieczne (pewne), że q(/p), kiedy zdanie ma wagę maksymalną (ma prawdopodobieństwo równe jedności); zapisujemy to odpowiednio: ◊q(/p) rozumiejąc jako „niefałszywość” oraz □q(/p) rozumiejąc jako „prawdziwość” uznawanego zdania. Wielowartościowe zdanie: q poprzedzane właściwymi funktorami uznania, a może być ich więcej niż jeden, zmienia się w zdanie konieczne, natomiast zdanie o różnym stopniu wiarygodności: q/p staje się zdaniem pewnym; uznawanie sprowadza zatem zdania wielowartościowe (o różnym stopniu wiarygodności) do binarnych (o dwustopniowej wiarygodności). W pierwszym (stylizacja modalna) i w drugim przypadku (stylizacja probabilistyczna) przechodzimy od oceny wielostopniowej do oceny dwustopniowej; oznacza to, że na pytanie: Czy fq(/p)? odpowiadamy: Tak (Tak, jest tak, że fq(/p)) przy właściwym bądź: Nie (Nie, nie jest tak, że fq(/p)) przy niewłaściwym funktorze uznania: f, a więc mamy biblijne „mówcie tak, tak; nie, nie”. Jeśli ocena jest na „nie”, to przed funktorem powinien pojawić się znak negacji (przyfunktorowej): ~f, co daje de facto nowy funktor; pełna lista funktorów w stylizacji modalnej (probabilistycznej) to: Δ (~◊) wykluczone (niemożliwe), ~Δ (◊) niewykluczone (możliwe), ~□ niekonieczne (niepewne), □ konieczne (pewne); można również oznaczyć: niewykluczone i niekonieczne zarazem, czyli pośrednie (prawdopodobne) przez: O.

Zdania cząstkowe i ich epistemiczne wartości, wagi oraz prawdopodobieństwa

Wspominaliśmy już o wartościowaniu: v zdań cząstkowych: q, które należałoby najogólniej definiować: v(q) = v; v = (l mod 2^W =) 0, 1, 2, 3, ... V; V = 2^W – 1, gdzie: v są wartościami logicznymi i logistycznymi zarazem (to jest epistemicznymi), natomiast: W jest wagą maksymalnej wartości: V (od łacińskiego *Verum* – prawda), a więc: W = w(V). Wiemy już jednak, że te wartości są jakościami: j, natomiast: M jest maksymalną wagą (ilością) zdania prawdziwego: M = w(J); stąd v(q) = j; j = 0, 1, 2, 3, ... J; J = 2^M – 1.

Wagę wartości epistemicznej zdania cząstkowego q najogólniej definiujemy:
W(q) = w(v(q)) = w(v) = w; w = 0(0), 1(1), 1(2), 2(3), ... W(V), gdzie W = M = E w dyskursie epistemicznym. Wiemy już jednak, że te wagi wartości są ilościami: i = m, stąd
W(q) = w(v(q)) = w(j) = m; m = 0(0), 1(1), 1(2), 2(3), ... M(J).

Prawdopodobieństwo zdania cząstkowego q w postaci niewarunkowej (bez kreski warunkowej) najogólniej definiujemy:
P(q) = W(q)/W = w(v)/ w(V) = w/W = r; r = 0, 1/W, 2/W, ... (W – 1)/W, 1. Wiemy już jednak, że:

P(q) = W(q)/M = w(j)/w(J) = m/M = r; r = 0, 1/M, 2/M, ... (M – 1)/M, 1.

Widzimy zatem, że wartości epistemiczne: v, V oraz wagi epistemiczne: w, W, pojawiające się w ogólnych definicjach, to odpowiednio znane nam dotąd jakości: j, J oraz ilości: m, M.

Na przykład, w dyskursie W = M = E = 3 zdaniu: q ↔ N2 ε N7 (N2 jest N7), a więc zdaniu cząstkowemu w interpretacji słabej (pojawia się nazwa pełna N7) i postaci niewarunkowej typu A jest B: $q \leftrightarrow A\ \varepsilon\ B \leftrightarrow \varepsilon_0{}^1A \wedge \varepsilon_1{}^MB \leftrightarrow N2\ \varepsilon\ N7 \leftrightarrow \varepsilon_0{}^1N2 \wedge \varepsilon_1{}^3N7$ odpowiadają:
wartość (epistemiczna) zdania: $v(q) = v(\varepsilon_0{}^1N2 \wedge \varepsilon_1{}^3N7) = 2 \wedge 7 = 2$ (fałsz = 0, prawda = 7);
waga (epistemiczna) zdania: $W(q) = w(v(q)) = w(2) = 1(2) = 1_2$ (falsz: 0_0, prawda: 3_7);
prawdopodobieństwo zdania: $P(q) = W(q)/M = 1_2/3_7$ (jedna trzecia, podczas gdy fałsz to 0, a prawda to 1).

Wyniki uzyskane dla zdania N2 ε N7 pozwalają poprzedzić je jednym z dwóch właściwych funktorów: albo funktorem ~Δ (◊) niewykluczania (możliwości): ~ΔN2 ε N7 (◊N2 ε N7), albo funktorem ~□ niekonieczności (niepewności): $\sim\square(\varepsilon_0{}^1N2 \wedge \varepsilon_1{}^3N7)$. Można także poprzedzić to zdanie funktorem O pośredniości (prawdopodobieństwa): ON2 ε N7, co czytamy: jest pośrednie (ani konieczne, ani wykluczone), że N2 jest N7 (w stylizacji modalnej) lub jest prawdopodobne (jedna trzecia, a więc ani niemożliwe, ani pewne), że N2 jest N7 (w stylizacji probabilistycznej).

W przypadku zdań w postaci warunkowej: q/p można mówić wyłącznie o wartościach i wagach epistemicznych zdań składowych: p oraz q. Wspólną charakterystyką zdań cząstkowych jest jedynie prawdopodobieństwo, które dla zdań z kreską warunkową obliczamy:
$P(q/p) = P(p \wedge q)/P(p) = W(p \wedge q)/W(p)$, dla W = M > 0 (nie mylić warunku „/”z dzieleniem).

Na przykład, w dyskursie z W = M = E = 4 elementami zdaniu: q|p ↔ N5 **α** N13, a więc zdaniu cząstkowemu w interpretacji mocnej (łącznik wytłuszczony) typu A **są** B: q|p ↔ A **α** B ↔ $\varepsilon_1{}^{M-1}B/\varepsilon_1{}^{M-1}A \leftrightarrow$ N5 **α** N13 ↔ $\varepsilon_1N13|\varepsilon_1N5$ odpowiada prawdopodobieństwo:
$P(q|p) = P(\varepsilon_1{}^3N5 \wedge \varepsilon_1{}^3N13)/P(\varepsilon_1{}^3N5) = W(\varepsilon_1{}^3N5 \wedge \varepsilon_1{}^3N13)/W(\varepsilon_1{}^3N5) = W(\varepsilon_1{}^3N5)/W(\varepsilon_1{}^3N5) = 2_5/2_5 = 1$ (dla zdań w interpretacji mocnej możemy zastępować kreskę „/” pionową „|”).

Wyniki uzyskane dla zdania N5 **α** N13 pozwalają poprzedzić je jednym z dwóch właściwych funktorów: albo funktorem ~Δ (◊) niewykluczania (możliwości): ~ΔN5 **α** N13 (◊N5 **α** N13), albo funktorem □ konieczności (pewności): $\square\varepsilon_1{}^4N13|\varepsilon_1{}^4N5$.

Wnioskujemy wobec tego, że prawdopodobieństwo (zdaniowe) jest wystarczającą podstawą uznawania zdań cząstkowych, zarówno w postaci niewarunkowej, jak i warunkowej.

Wnioskowanie sylogistyczne dla zdań bezwarunkowych typu A są B

Wprowadźmy zdania **bezwarunkowe** (**w interpretacji słabej**) typu: $A\ \alpha\ B \leftrightarrow (\varepsilon_1A \rightarrow \varepsilon_1B)$ bez kreski warunkowej dla dowolnych nazw (terminów) i ich zaprzeczeń, a także negacje takich zdań: $\sim A\ \alpha\ B \leftrightarrow \varepsilon_1A \wedge \sim\varepsilon_1B$. Tak uzyskane zdania możemy podzielić na: ogólne i szczegółowe, twierdzące i przeczące oraz uwzględnić w nich terminy rozłożone (wzięte w całym zakresie) poprzez wydzielenie ich czcionką wytłuszczoną.

Zdanie (kategoryczne) bezwarunkowe; osiem zdań: A a (g, i, o, b, d, z, p) B

Ogólne (funktor: (□))		Szczegółowe (funktor: ◊)	
Twierdzące	Przeczące	Twierdzące	Przeczące
A a B: □(ε₁**A** → ε₁B)	**A** g **B**: □(ε₁**A** → ε₁**B′**)	A i B: ◊(ε₁A ∧~ε₁B′)	A o **B**: ◊(εA ∧~ε₁**B**)
~ex**A**·B′	~ex**A**·**B**	exA·B	exA·**B′**
A b **B**: □(ε₁A′ → ε₁**B′**)	A d B: □(ε₁A′ → ε₁B)	**A** z **B**: ◊(ε₁**A′** ∧~ ε₁**B**)	**A** p B: ◊(ε₁**A′** ∧~ε₁B')
~exA′·**B**	~exA′·B′	ex**A′**·**B′**	ex**A′**·B

Zdanie w notacji egzystencjalnej (znane nam już istnienie materialne i realne zarazem: exC, krótko – rzeczowe) oznaczane: (~)ex $A^{(')} \cdot B^{(')}$ jest ogólne, jeżeli poprzedza je znak negacji przedzdaniowej, a szczegółowe bez takiej negacji; jest twierdzące, kiedy łączna liczba negacji przedzdaniowych i przynazwowych jest parzysta (zero uznajemy za liczbę parzystą), przeczące, kiedy jest nieparzysta; rozłożone są te terminy (wyróżnione wytłuszczoną czcionką), które w zdaniach ogólnych są niezaprzeczone, a w szczegółowych są zaprzeczone, natomiast pozostałe terminy nie są rozłożone (wzięte w całym zakresie).

Dyrektywy poprawnego wnioskowania sylogistycznego, w liczbie sześciu, zapiszemy w ten sposób, że trzy pierwsze *(1,2 i 3)* dotyczą kolejno przesłanek, to jest ilości *(1)*, jakości *(2)* i rozłożenia terminów *(3)* w przesłankach, a trzy ostatnie *(4, 5 i 6)* dotyczą wniosku, to jest ilości *(4)*, jakości *(5)* i rozłożenia terminów *(6)* we wniosku. Oto one:

1. Przynajmniej jedna z przesłanek musi być ogólna; z dwóch przesłanek szczegółowych nie wnioskujemy.

2. Nie ma ograniczeń, co do jakości przesłanek, ale trzeba zapamiętać, że przesłanki są zgodne pod względem jakości, kiedy obie są twierdzące lub obie są przeczące oraz niezgodne pod względem jakości, kiedy jedna z nich jest twierdząca a druga (pozostała) przecząca.

3. Termin średni musi być rozłożony (wzięty w całym zakresie) w jednej i tylko w jednej z przesłanek.

4. Wniosek jest ogólny, jeżeli obie przesłanki są ogólne, a szczegółowy, jeżeli jedna z przesłanek jest szczegółowa.

5. Wniosek jest twierdzący, jeżeli przesłanki są zgodne pod względem jakości i przeczący, jeżeli przesłanki nie są zgodne pod względem jakości.

6. We wniosku rozłożone są te i tylko te terminy, które były rozłożone w przesłankach.

Tak sformułowane dyrektywy wnioskowania sylogistycznego prowadzą do 96 poprawnych trybów sylogistycznych; po 24 tryby w każdej z figur sylogistycznych, co stanowi właśnie istotne wzbogacenie sylogistyki. Przypomnijmy, że rozmieszczenie terminów: A, B oraz średniego: C w przesłankach i wniosku w czterech figurach jest następujące:

1. C B, A C, A B;   2. B C, A C, A B;   3. C B, C A, A B;   4. B C, C A, A B.

Dla przykładu omówmy dokładniej jeden tryb sylogistyczny, należący do figury pierwszej (oraz do pozostałych trzech), który w notacji tradycyjnej (z literowymi funktorami):

Jeżeli **C** g **B** oraz A d C, to A b **B**

oznacza to samo, co zapis:

$$\sim ex\mathbf{C} \cdot \mathbf{B} \wedge \sim exA' \cdot C' \rightarrow \sim ex\ A' \cdot \mathbf{B}$$

w notacji egzystencjalnej.

Obie przesłanki są ogólne, stąd i wniosek jest ogólny (dyrektywy *1* i *4*); pierwsza (większa przesłanka, zawierająca orzecznik wniosku) jest przecząca, druga (mniejsza, zawierająca podmiot wniosku) również przecząca, co oznacza zgodność przesłanek pod względem jakości, stąd wniosek jest twierdzący (dyrektywy *2* i *5*); termin średni C jest rozłożony tylko w pierwszej przesłance, termin A nie jest rozłożony ani w przesłance, ani we wniosku, a termin B jest rozłożony zarówno w przesłance jak i we wniosku (dyrektywy *3* i *6*). Wnioskujemy zatem, że mamy do czynienia z jednym z poprawnych trybów sylogistycznych figury pierwszej, co zapisujemy krótko: 1gdb, gdzie „1” oznacza numer pierwszej z czterech figur, „g” oraz „d” to funktory w zdaniach będących przesłankami (kolejno większą i mniejszą), a „b” to funktor we wniosku (patrz również: 2gdb, 3gdb oraz 4gdb).

Oto spis poprawnych trybów sylogistycznych w czterech figurach:

1aaa (Barbara), gdb, gag (Celarent), add, dga, bbb, bgg, dbd, doi, bzz, boo, dzp, aii (Darii) gpz, gio (Ferio), app, ibi, ogz, obo, igp, pdi, zaz, zdo, pap.

2baa, gdb, gag (Cesare), bdd, dga, abb, agg (Camestres), dbd, doi, azz, aoo (Baroco), dzp, bii, gpz, gio (Festino), bpp, ibi, pgz, pbo, igp, odi, zaz, zdo, oap.

3aba, gdb, gbg, add, dga, bab, bgg, dad, dpi, bzz, bpo, dzp, aii (Datisi), goz, gio (Ferison), aop, iai (Disamis), ogz, oao (Bocardo), igp, pdi, zbz, zdo, pbp.
4bba, gdb, gbg, bdd, dga, aab, agg (Camenes), dad, dpi, azz, apo, dzp, bii, goz, gio (Fresison), bop, iai (Dimatis), pgz, pao, igp, odi, zbz, zdo, obp.
Postępując zgodnie z przytoczonymi wyżej dyrektywami otrzymujemy 96 poprawnych trybów sylogistycznych (po 24 w każdej z czterech figur), w tym:
32 tryby z wnioskami ogólnymi, po 8 w każdej z czterech figur;
64 tryby z wnioskami szczegółowymi, po 16 w każdej z czterech figur;
48 trybów z nioskami twierdzącymi, po 12 (w tym 4 ogólne) w każdej z czterech figur;
48 trybów z wnioskami przeczącymi, po 12 (w tym 4 ogólne) w każdej z czterech figur.
Widzimy, że z tradycyjnych 24 trybów w zestawieniu trybów pojawia się tylko 15, to jest:
w figurze pierwszej: Barbara, Celarent, Darii, Ferio;
w figurze drugiej: Cesare, Camestres, Baroco, Festino;
w figurze trzeciej: Datisi, Ferison, Disamis, Bocardo;
w figurze czwartej: Camenes, Fresison i Dimatis.
Pozostałych 9 poprawnych trybów znanych z logiki, precyzyjniej (sy)logistyki, tradycyjnej:
w figurze pierwszej: Barbari (1**aai**), Celaront (1**gao**);
w figurze drugiej: Cesaro (2**gao**), Camestros (2**ago**);
w figurze trzeciej: Darapti (3**aai**), Felapton (3**gao**);
w figurze czwartej: Bramantip (4**aai**), Camenos (4**ago**) i Fesapo (4**gao**) nie zaliczamy w naszej teorii zdań **bezwarunkowych** do tez sylogistycznych; są one jednak tezami sylogistycznymi w teorii zdań **warunkowych**, czyli zdań w interpretacji mocnej (**uwarunkowanych**) oraz postaci warunkowej (**z kreską warunkową**), co podkreśliliśmy wytłuszczając funktory.

Zdania cząstkowe warunkowe typu A są B oraz ich szczególny przypadek: A jest B

Zdania cząstkowe **warunkowe** typu A **są** B oraz ich negacje (choć nie wszystkie) pojawiły się w dojrzałej postaci już w sylogistyce Arystotelesa i zdominowały logistykę aż do początku XIX wieku (Immanuel Kant uważał sylogistykę za wyczerpujący, to jest niewymagający uzupełnień, rachunek formalny); trzeba się wobec tego dokładniej im przyjrzeć.

Mówiliśmy już, że **warunkowe** zdanie cząstkowe q|p zbudowane jest z dwóch zdań cząstkowych: q oraz p, ale uwarunkowanych, bowiem żadne z nich nie może być ani prawdziwe (konieczne w stylizacji modalnej albo pewne w stylizacji probabilistycznej), ani fałszywe (wykluczone w stylizacji modalnej albo niemożliwe w stylizacji probabilistycznej).

Definicja zdania bezwarunkowego typu A są B: $A \text{ a } B \leftrightarrow \Box A \ \alpha\ B \leftrightarrow \Box(\varepsilon_1 A \to \varepsilon_1 B) \leftrightarrow \Box{\sim}\varepsilon_1 A{\cdot}B' \leftrightarrow {\sim}\Diamond\varepsilon_1 A{\cdot}B'$ (niemożliwe, że jest przynajmniej jedno A i nie-B) pozwala określić liczbę prawdziwych tego typu zdań na 3^M. Jeśli usuniemy wszystkie zdania, w których A lub B przedstawiają sobą nazwy puste albo pełne, a jest ich: $2{\cdot}2^M - 1$(2^M to zdania: N0 są N0, N1, ... $N2^M - 1$ plus $2^M - 1$ to zdania: N1, N2, N3, ... $N2^M - 1$ są $N2^M - 1$), to otrzymamy tylko prawdziwe zdania warunkowe: $\varepsilon_1 B|\varepsilon_1 A$ (jest co najmniej jedno B pod warunkiem, że jest co najmniej jedno A); będzie ich: $3^M - 2^M - (2^M - 1) = 3^M - 2{\cdot}2^M + 1$, czyli przy dużych M prawie wszystkie zdania typu A są B stają się warunkowymi (stąd też i ich ważne znaczenie w teorii rachunku nazw Arystotelesa).

W tradycyjnej teorii sylogistycznej występują dwa rodzaje zdań warunkowych typu A są B:
$(\Box)\varepsilon_1 B|\varepsilon_1 A \leftrightarrow A\ \mathbf{a}\ B$ z wytłuszczonym „a" (kwantyfikator „wszystkie" przy odczytywaniu: wszystkie A są B można opuszczać) oraz
$(\Box)\varepsilon_1 B'|\varepsilon_1 A \leftrightarrow A\ \mathbf{a}\ B' \leftrightarrow A\ \mathbf{g}\ B$ (powszechnie stosuje się wytłuszczone „e": A **e** B, ale u nas ten zapis jest zarezerwowany dla znacznie ważniejszego zdania; stąd wytłuszczone „g").
Zaprzeczeniami tych zdań są warunkowe zdania:
${\sim}\Box\varepsilon_1 B|\varepsilon_1 A \leftrightarrow {\sim}A\ \mathbf{a}\ B \leftrightarrow \Diamond\varepsilon_1 B'|\varepsilon_1 A \leftrightarrow A\ \mathbf{o}\ B$ (nie jest tak, że wszystkie A są B) oraz

$\sim\Box\varepsilon_1 B'|\varepsilon_1 A \leftrightarrow$ ~A **g** B $\leftrightarrow \Diamond\varepsilon_1 B|\varepsilon_1 A \leftrightarrow$ A **i** B (nie jest tak, że wszystkie A są nie-B).
W naszych rozważaniach dodamy kolejne zdania warunkowe typu A są B, to jest:
$(\Box)\varepsilon_1 B|\varepsilon_1 A' \leftrightarrow$ A′ **a** B $\leftrightarrow$ A **d** B oraz $(\Box)\varepsilon_1 B'|\varepsilon_1 A' \leftrightarrow$ A′ **a** B′ $\leftrightarrow$ A **b** B i ich zaprzeczenia:
$\sim\Box\varepsilon_1 B|\varepsilon_1 A' \leftrightarrow$ ~A **d** B $\leftrightarrow \Diamond\varepsilon_1 B'|\varepsilon_1 A' \leftrightarrow$ A **z** B oraz $\sim\Box\varepsilon_1 B'|\varepsilon_1 A' \leftrightarrow$ ~A **b** B $\leftrightarrow \Diamond\varepsilon_1 B|\varepsilon_1 A' \leftrightarrow$ A **p** B.

Reasumując, oprócz znanych nam z teorii Arystotelesa zdań ogólnych: A **a** B ($(\Box)\varepsilon_1 B|\varepsilon_1 A$) oraz A **g** B ($(\Box)\varepsilon_1 B'|\varepsilon_1 A$) i ich szczegółowych zaprzeczeń: A **o** B ($\Diamond\varepsilon_1 B'|\varepsilon_1 A$) oraz A **i** B ($\Diamond\varepsilon_1 B|\varepsilon_1 A$) wprowadzamy dodatkowo ogólne: A **d** B ($(\Box)\varepsilon_1 B|\varepsilon_1 A'$) oraz A **b** B ($(\Box)\varepsilon_1 B'|\varepsilon_1 A'$) i ich szczegółowe zaprzeczenia: A **z** B ($\Diamond\varepsilon_1 B'|\varepsilon_1 A'$) oraz A **p** B ($\Diamond\varepsilon_1 B|\varepsilon_1 A'$) wyczerpując tym samym wszystkie kombinacje zaprzeczania nazw.

Szczególnym przypadkiem zdania typu A są B jest zdanie typu A jest B (zawsze: jeśli A jest B to A są B, ale nie odwrotnie, np.: N0 są N0 ale ~N0 jest N0) definiowane:
A e B $\leftrightarrow \Diamond$A ε B $\leftrightarrow \Diamond(\varepsilon_0{}^1 A \wedge \varepsilon_1{}^M B)$.
Prawdziwych zdań tego typu jest dokładnie: $(M + 2)\cdot 2^{M-1} - 1$, w tym zdań warunkowych określanych jako:
A **e** B $\leftrightarrow \Diamond\varepsilon_1 B|\varepsilon^1 A \leftrightarrow (\Box)\varepsilon_1 B|\varepsilon^1 A \leftrightarrow \varepsilon_1 B|\varepsilon^1 A$ (albo dokładniej: A **e** B $\leftrightarrow \Diamond\varepsilon^1 A \wedge \Diamond\varepsilon_1 B|\varepsilon^1 A$) jest równo: $M(2^{M-1} - 1)$, czyli znowu prawie wszystkie zdania typu: A jest B są warunkowe.

Zauważmy także, że przed dowolnym niefałszywym (= prawdziwym) zdaniem warunkowym typu: A jest B funktor możliwości nie jest obowiązkowy, bo jest on tożsamy z funktorem pewności, który, jak wiemy, można opuszczać (wynika to z algorytmu wartościowania zdań cząstkowych) i jest to niewątpliwie najważniejszy wniosek dotyczący zdania warunkowego typu: A **jest** B (funktor: „jest” wytłuszczony).

Rozsądnie byłoby też przyjąć, że jeśli zdanie może zostać przedstawione w interpretacji mocnej (jako uwarunkowane) i postaci warunkowej (z kreską warunkową), to zawsze powinno być przedstawiane tylko w taki sposób; wyjaśniałoby to również zagadkę, dlaczego w zdaniach typu A jest B-em w języku potocznym nie pojawiają się ani funktory uznania, ani kwantyfikatory.

Wnioskowanie sylogistyczne dla zdań warunkowych typu A są B

Wszystkie poprawne sylogizmy, w liczbie 96, uzyskane zgodne z przytoczonymi wcześniej dyrektywami, sprawdzają się też w przypadku zdań **warunkowych**. Poprawnych sylogizmów dla zdań **warunkowych** jest jednak łącznie dwukrotnie więcej, to jest 192. Te dodatkowe 96, po 24 w każdej z figur, uzyskujemy następująco:
1. Osłabiamy wnioski ogólne (poprzez dobór przesłanki o istnieniu odpowiedniego terminu) do dwóch szczegółowych: **d** do **p** oraz **o**, **b** do **z** oraz **i**, **a** do **z** oraz **i**, **g** do **p** oraz **o**, co daje 16 dodatkowych sylogizmów w figurze, skoro jest tam osiem zdań z wnioskami ogólnymi;
2. Dla sylogizmu, którego obie ogólne przesłanki nie spełniają dyrektywy o rozłożeniu terminu średniego, a jest ich po osiem w każdej figurze, dodajemy przesłankę C i C (exC), jeśli oba terminy średnie są rozłożone lub **C** z **C** (ex**C**′), jeśli oba terminy nie są rozłożone, a następnie wnioskujemy dwustopniowo zgodnie z dyrektywami, co daje 8 dodatkowych sylogizmów w figurze.

Sylogizmy z punktu 1. są trywialne; przytoczymy tylko te z punktu 2.; oto one:
1**ab**i**i agip gbio ggiz bazz bdzo dazp ddzi**; 2**bbii bgip gbio ggiz aazz adzo dazp ddzi**;
3**aaii agip gaio ggiz bbzz bdzo dbzp ddzi**; 4**baii bgip gaio ggiz abzz adzo dbzp ddzi**.

Widzimy, że prawdopodobieństwo zdaniowe jest solidną podstawą przy uznawaniu dowolnych zdań, w szczególności warunkowych**,** natomiast podział logiczny zdań typu: A są B (w tym typu: A jest B-em) według kryteriów interpretacji (mocna, słaba) i postaci (z kreską warunkową lub bez) jest nie tylko rozłączny, ale również wyczerpuje i porządkuje uzyskane tu przez nas wnioskowania (sy)logistyczne – kanon argumentacji do XIX wieku włącznie.

Warsztaty/Ćwiczenia 5: Prawdopodobieństwo w zadaniach

Zadanie 1.5.

Podać kryterium podziału na zdania warunkowe (w interpretacji mocnej i postaci warunkowej) oraz bezwarunkowe (w interpretacji słabej). Odpowiedź: Przyjmujemy, że uznane (oceniane dwuwartościowo) zdanie postaci: A łącznik B (A są B lub A jest B) jest zdaniem w interpretacji mocnej, jeśli przedmioty oznaczane przez podmiot A i zaprzeczenie orzecznika B' istnieją materialnie i realnie zarazem, a więc rzeczowo, czyli: exA oraz exB'.

Uznane zdanie w interpretacji mocnej $=_{df}$ exA $\wedge$ A łącznik B $\wedge$ exB'.

W przypadku uznanych zdań uwarunkowanych (w interpretacji mocnej) typu: A są B mamy:
A **a** B $\leftrightarrow \Box$A $\boldsymbol{\alpha}$ B $\leftrightarrow$ exA $\wedge$ A a B $\wedge$ exB' $\leftrightarrow \Diamond\varepsilon_1$A $\wedge \Box(\varepsilon_1$A $\rightarrow \varepsilon_1$B) $\wedge \Diamond\varepsilon_1$B′ $\leftrightarrow (\Box)\varepsilon_1B|\varepsilon_1$A,
natomiast w przypadku uznanych zdań uwarunkowanych typu: A jest B mamy:
A **e** B $\leftrightarrow \Diamond$A $\boldsymbol{\varepsilon}$ B $\leftrightarrow$ exA $\wedge$ A e B $\wedge$ exB' $\leftrightarrow \Diamond\varepsilon_1$A $\wedge \Diamond(\varepsilon^1$A $\wedge \varepsilon_1$B) $\wedge \Diamond\varepsilon_1$B′ $\leftrightarrow$
$(\Diamond\varepsilon^1$A $\wedge) \Diamond\varepsilon_1B|\varepsilon^1$A.
Zdania **warunkowe** bez funktorów uznania zapisujemy odpowiednio:
A $\boldsymbol{\alpha}$ B $\leftrightarrow \varepsilon_1B|\varepsilon_1$A oraz A $\boldsymbol{\varepsilon}$ B $\leftrightarrow \varepsilon_1B|\varepsilon^1$A.
Uznane zdania **bezwarunkowe (**w interpretacji słabej i dowolnej postaci) to:
A a B $\leftrightarrow \Box$A α B $\leftrightarrow \Box(\varepsilon_1$A $\rightarrow \varepsilon_1$B) oraz A e B $\leftrightarrow \Diamond$A ε B $\leftrightarrow \Diamond(\varepsilon^1$A $\wedge \varepsilon_1$B);
bez funktorów uznania zapisujemy je:
A α B $\leftrightarrow (\varepsilon_1$A $\rightarrow \varepsilon_1$B) oraz A ε B $\leftrightarrow (\varepsilon^1$A $\wedge \varepsilon_1$B).

Zadanie 2.5.

Pokazać na przykładzie dyskursu epistemicznego, że podział zdań obu typów na zdania **bezwarunkowe** (w interpretacji słabej i dowolnej postaci) oraz **warunkowe** (w interpretacji mocnej, czyli uwarunkowane i z kreską warunkową) może być rozłączny i wyczerpujący.
Odpowiedź: Wybieramy trójelementowy (M = E = 3) dyskurs epistemiczny, w którym mamy $3^M = 27$ zdań typu: A są B:

A = N0 B = N0, N1, N2, N3, N4, N5, N6, N7;
A = N1 B = N1, N3, N5, N7;
A = N2 B = N2, N3, N6, N7;
A = N4 B = N4, N5, N6, N7;
A = N3 B = N3, N7;
A = N5 B = N5, N7;
A = N6 B = N6, N7;
A = N7 B = N7,

w tym $(M + 2)\cdot 2^{M-1} - 1 = (3 + 2)\cdot 2^{3-1} - 1 = 19$ typu: A jest B:

A = N0 B = N1, N2, N3, N4, N5, N6, N7;
A = N1 B = N1, N3, N5, N7;
A = N2 B = N2, N3, N6, N7;
A = N4 B = N4, N5, N6, N7.

Zdaniami **warunkowymi** typu: A są B będą te, których orzecznik zapisano czcionką wytłuszczoną i pochyloną; jest ich dokładnie $3^M - 2\cdot 2^M + 1 = 3^3 - 2\cdot 2^3 + 1 = 12$:

A = N0 B = N0, N1, N2, N3, N4, N5, N6, N7;
A = N1 B = ***N1, N3, N5***, N7;
A = N2 B = ***N2, N3, N6***, N7;
A = N4 B = ***N4, N5, N6***, N7;
A = N3 B = ***N3***, N7;
A = N5 B = ***N5***, N7;
A = N6 B = ***N6***, N7;
A = N7 B = N7,

a zdaniami **warunkowymi** typu A jest B, których jest dokładnie $M\cdot(2^{M-1} - 1) = 3\cdot(2^{3-1} - 1) = 9$, będą odpowiednio:
A = N0 B = N1, N2, N3, N4, N5, N6, N7;
A = N1 B = ***N1, N3, N5***, N7;
A = N2 B = ***N2, N3, N6***, N7;
A = N4 B = ***N4, N5, N6***, N7.
Wykazaliśmy, że podział na zdania w interpretacji mocnej i słabej oraz z kreską warunkową i bez niej dla obu typów zdań może być zatem rozłączny i wyczerpywać wszystkie zdania.

Zadanie 3.5.
Policzyć prawdopodobieństwo zdaniowe dla przykładowych zdań w wybranym dyskursie epistemicznym.
Odpowiedź: Wybieramy czteroelementowy (M = E = 4) dyskurs epistemiczny i policzymy najpierw prawdopodobieństwo zdaniowe dla dwóch wybranych zdań **warunkowych** (w interpretacji mocnej i postaci warunkowej) typu A są B (N6 **są** N14, N11 **są** N11), a jest ich łącznie: $3^M - 2\cdot2^M + 1 = 3^4 - 2\cdot2^4 + 1 = 50$, a następnie prawdopodobieństwo zdaniowe dla dwóch wybranych zdań **warunkowych** typu A jest B (N4 **jest** N14, N8 **jest** N8), a jest ich łącznie: $M\cdot(2^{M-1} - 1) = 4\cdot(2^{4-1} - 1) = 28$; oto wyniki:
Dla N6 **są** N14:
$P(\varepsilon_1B|\varepsilon_1A) = P(\varepsilon_1A \wedge \varepsilon_1B)/P(\varepsilon_1A) = W(\varepsilon_1A \wedge \varepsilon_1B)/W(\varepsilon_1A) = W(\varepsilon_1N6 \wedge \varepsilon_1N14)/W(\varepsilon_1N6) = W(\varepsilon_1N6)/W(\varepsilon_1N6) = 2_6/2_6 = 1$; stąd:
N6 **a** N14 $\leftrightarrow$ $\Box$N6 $\boldsymbol{\alpha}$ N14 $\leftrightarrow$ exN6 $\wedge$ N6 a N14 $\wedge$ exN14' $\leftrightarrow \Diamond\varepsilon_1N6 \wedge \Box(\varepsilon_1N6 \to \varepsilon_1N14) \wedge \Diamond\varepsilon_1N14' \leftrightarrow (\Box)\varepsilon_114|\varepsilon_1N6$.
Dla N11 **są** N11:
$P(\varepsilon_1B|\varepsilon_1A) = P(\varepsilon_1A \wedge \varepsilon_1B)/P(\varepsilon_1A) = W(\varepsilon_1A \wedge \varepsilon_1B)/W(\varepsilon_1A) = W(\varepsilon_1N11 \wedge \varepsilon_1N11)/W(\varepsilon_1N11) = W(\varepsilon_1N11)/W(\varepsilon_1N11 = 3_{11}/3_{11} = 1$; stąd:
N11 **a** N11 $\leftrightarrow$ $\Box$N11 $\boldsymbol{\alpha}$ N11 $\leftrightarrow$ exN11 $\wedge$ N11 a N11 $\wedge$ exN11' $\leftrightarrow$
$\Diamond\varepsilon_1N11 \wedge \Box(\varepsilon_1N11 \to \varepsilon_1N11) \wedge \Diamond\varepsilon_1N11' \leftrightarrow (\Box)\varepsilon_111|\varepsilon_1N11$.
Dla N4 **jest** N14:
$P(\varepsilon_1B|\varepsilon^1A) = P(\varepsilon^1A \wedge \varepsilon_1B)/P(\varepsilon^1A) = W(\varepsilon^1A \wedge \varepsilon_1B)/W(\varepsilon^1A) = W(\varepsilon^1N4 \wedge \varepsilon_1N14)/W(\varepsilon^1N4) = W(\varepsilon_1N4)/W(\varepsilon^1N4) = 1_4/1_4 = 1$; stąd:
N4 **e** N14 $\leftrightarrow$ $\Diamond$N4 $\boldsymbol{\varepsilon}$ N14 $\leftrightarrow$ exN4 $\wedge$ N4 e N14 $\wedge$ ex14' $\leftrightarrow$
$\Diamond\varepsilon_1N4 \wedge \Diamond(\varepsilon^1N4 \wedge \varepsilon_1N14) \wedge \Diamond\varepsilon_114' \leftrightarrow (\Box)\varepsilon_1N14|\varepsilon^1N4$.
Dla N8 **jest** N8:
$P(\varepsilon_1B|\varepsilon^1A) = P(\varepsilon^1A \wedge \varepsilon_1B)/P(\varepsilon^1A) = W(\varepsilon^1A \wedge \varepsilon_1B)/W(\varepsilon^1A) = W(\varepsilon^1N8 \wedge \varepsilon_1N8)/W(\varepsilon^1N8) = W(\varepsilon_1N8)/W(\varepsilon^1N8) = 1_8/1_8 = 1$; stąd:
N8 **e** N8 $\leftrightarrow$ $\Diamond$N8 $\boldsymbol{\varepsilon}$ N8 $\leftrightarrow$ exN8 $\wedge$ N8 e N8 $\wedge$ exN8' $\leftrightarrow \Diamond\varepsilon_1N8 \wedge \Diamond(\varepsilon^1N8 \wedge \varepsilon_1N8) \wedge \Diamond\varepsilon_1N8' \leftrightarrow (\Box)\varepsilon_1N8|\varepsilon^1N8$.
Podobnie policzymy najpierw prawdopodobieństwo zdaniowe dla dwóch wybranych zdań **bezwarunkowych** (w interpretacji słabej i dowolnej postaci) typu A są B (N0 są N0, N3 są N15), a jest ich łącznie: $2\cdot2^M - 1 = 2\cdot2^4 - 1 = 31$, a następnie prawdopodobieństwo zdaniowe dla dwóch wybranych zdań **bezwarunkowych** typu A jest B (N0 jest N6, N2 jest N15), a jest ich łącznie: $2^M - 1 + M = 2^4 - 1 + 4 = 19$; oto wyniki:
P(A są B) = $P(\sim\varepsilon_1A\cdot B')$, stąd: P(N0 są N0) = P(N3 są N15) = $P(\varepsilon_1N15) = 1$; wobec tego
N0 są N0 $\leftrightarrow$ ($\Box$)N0 α N0 oraz N3 są N15 $\leftrightarrow$ ($\Box$)N3 α N15, a także:
P(A jest B) = $P(\varepsilon^1A \wedge \varepsilon_1B)$, stąd: $P(\varepsilon^1N0 \wedge \varepsilon_1N6) = 2_6/4_{15}$ oraz $P(\varepsilon^1N2 \wedge \varepsilon_1N15) = 1_2/4_{15}$,
wobec tego: nie wykluczone (możliwe), że N0 jest N6 $\leftrightarrow$ $\Diamond$N0 ε N6 oraz niewykluczone (możliwe), że N2 jest N15 $\leftrightarrow$ $\Diamond$N2 ε N15.

Zadanie 4.5.

Uzupełnić sylogistykę zdań kategorycznych **bezwarunkowych** (w interpretacji słabej).
Odpowiedź: Jeżeli przyjmiemy, że wprowadziliśmy oprócz funktora: e (dla: AeB) dodatkowe funktory zdaniotwórcze od argumentów nazwowych, to jest: s (dla: ~AeB), t (dla: AeB'), l (dla: ~AeB'), k (dla: A'eB'), r (dla: ~A'eB'), m (dla: A'eB), n (dla: ~A'eB), niezbędne do określenia nowych ośmiu zdań kategorycznych, oprócz znanych już nam wcześniej ośmiu zdań z funktorami: a, o, g, i, b, p, d, z, to musimy znaleźć jednolity sposób definiowania tych szesnastu zdań kategorycznych.

Dla osiągnięcia tego celu należy skorzystać z drugiej części klasycznego rachunku logistycznego (krl), to jest z rachunku kwantyfikatorów, ale w bardzo podstawowym, nie wywołującym żadnych kontrowersji, zakresie. Otrzymujemy przy tym tak zwaną formę kanoniczną zdania kategorycznego w interpretacji słabej, w której każde z 16 zdań kategorycznych bezwarunkowych można przedstawić w postaci wyrażenia składającego się z dwóch różnych kwantyfikatorów o zakresie ograniczonym do U e $A^{(')}$ oraz V e $B^{(')}$ i wyrażenia podkwantyfikatorowego (~)U e V.

Zapiszmy formy kanoniczne dla zdań A a B, czyli: Jest konieczne (pewne), że A są B oraz dla zdań A e B, czyli: Jest niewykluczone (możliwe), że A jest B:
A a B ↔ **(**U**)C**UeA**(**EV**)K**VeBUeV,
A e B ↔ **(E**V**)K**VeB**(**U**)C**UeAUeV,
gdzie U i V – zmienne nazwowe, za które nie tylko można, ale trzeba podstawiać wszystkie nazwy (a nie tylko nazwy jednostkowe, jak w logice matematycznej), to jest: nazwę pustą, nazwy jednostkowe i ogólne, w tym nazwę pełną;
(U**)**, **(**V**)** – kwantyfikatory duże, wiążące zmienne U i V;
(EV**)**, **(E**U**)** – kwantyfikatory małe;
C, **K** – funktory (spójniki zdaniowe) implikacji i koniunkcji w notacji beznawiasowej (polskiej) Łukasiewicza.
Negacje obu tych zdań kategorycznych, to jest A o B, czyli: Nie jest konieczne, że A są B oraz A s B, czyli: Jest wykluczone, że A jest B zapisujemy:
A o B ↔ **(E**U**)K**UeA**(**V**)C**VeB**N**UeV,
A s B ↔ **(**V**)C**VeB**(E**U**)K**UeA**N**UeV,
gdzie **N** – funktor negacji w notacji Łukasiewicza.

W notacji stosowanej w matematyce, czyli w logistyce, zapis tych czterech zdań może wyglądać następująco (składamy ramiona kwantyfikatorów z ukośnych kresek: „/” i „\”, co jest ważne ze względu na mające nastąpić dalsze uproszczenie notacji):

$$A\ a\ B \leftrightarrow \bigwedge_{U\,e\,A} \bigvee_{V\,e\,B} U\,e\,V \leftrightarrow A\backslash B,$$

$$A\ e\ B \leftrightarrow \bigvee_{V\,e\,B} \bigwedge_{U\,e\,A} U\,e\,V \leftrightarrow B/A,$$

$$A\ o\ B \leftrightarrow \bigvee_{U\,e\,A} \bigwedge_{V\,e\,B} {\sim}U\,e\,V \leftrightarrow A\underline{/}B,$$

$$A\ s\ B \leftrightarrow \bigwedge_{V\,e\,B} \bigvee_{U\,e\,A} {\sim}U\,e\,V \leftrightarrow B\underline{\backslash}A.$$

Pierwsze ze zdań (A a B) możemy odczytać: Którekolwiek z U będące A-em jest którymś V będącym B-em; drugie (A e B) możemy odczytać: Którymś z V będącym B-em jest którekolwiek U będące A-em.

Uproszczenie notacji polega na opuszczeniu wszystkich zmiennych związanych, zaznaczeniu kierunku wewnętrznych równoległych ramion obu kwantyfikatorów w postaci jednej ukośnej kreski oraz na uwzględnieniu negacji w wyrażeniu podkwantyfikatorowym poprzez podkreślenie ukośnej kreski, reprezentującej ramiona kwantyfikatorów. W ten sposób udaje się podzielić wszystkie 16 zdań kategorycznych ze względu na formę kanoniczną na cztery klasy:
Zdania duże, pozytywne:
A a B ↔ A\B, A g B ↔ A\B', A b B ↔ A'\B', A d B ↔ A'\B;
Zdania małe, pozytywne:
A e B ↔ B/A, A t B ↔ B'/A, A k B ↔ B'/A', A m B ↔ B/A';
Zdania małe, negatywne:
A o B ↔ $A\underline{/}B$, A i B ↔ $A\underline{/}B'$, A p B ↔ $A'\underline{/}B'$, A z B ↔ $A'\underline{/}B$;
Zdania duże, negatywne:
A s B ↔ $B\underline{\backslash}A$, A l B ↔ $B'\underline{\backslash}A$, A r B ↔ $B'\underline{\backslash}A'$, A n B ↔ $B\underline{\backslash}A'$.
Zdanie duże rozpoczyna kwantyfikator duży, małe – kwantyfikator mały; zdanie pozytywne nie ma, a negatywne ma znak negacji w wyrażeniu podkwantyfikatorowym.

Mamy wobec tego w notacji kwantyfikatorowej, podobnie jak w notacji egzystencjalnej, trzy cechy do sformułowania dyrektyw prawidłowego wnioskowania sylogistycznego dla zdań kategorycznych w interpretacji słabej: ilość (zdanie duże albo małe), jakość (zdanie pozytywne albo negatywne) oraz występowanie terminu średniego (pod kwantyfikatorem dużym albo pod małym). Oto te dyrektywy (powstały one w Instytucie Elektroniki Politechniki Łódzkiej; uzyskano je najpierw metodą prób i błędów, a potem zostały wydedukowane i ostatecznie potwierdzone poprzez obliczenia numeryczne z wykorzystaniem programu komputerowego w ramach jednej z prac dyplomowych magisterskich prowadzonych przez autora w Instytucie Elektroniki w 1992 roku):

1. Ilość zdań w obu przesłankach nie jest istotna.
2. Przynajmniej jedna z przesłanek jest pozytywna, z dwóch przesłanek negatywnych nie wnioskujemy.
3. Termin średni musi wystąpić w przesłankach raz pod kwantyfikatorem dużym i raz pod małym.
4. Wniosek jest zdaniem dużym, jeżeli obie przesłanki są zdaniami dużymi oraz małym, jeżeli przynajmniej jedna z przesłanek jest mała.
5. Wniosek jest pozytywny, jeżeli obie przesłanki są pozytywne oraz negatywny, jeżeli jedna z przesłanek jest negatywna.
6. Terminy we wniosku występują pod takimi samymi kwantyfikatorami jak w przesłankach.

Dyrektywy te wzbogacone regułami wnioskowania bezpośredniego prowadzą do 552 poprawnych trybów sylogistycznych (552 tez rachunku zdań cząstkowych bezwarunkowych).

Oto te 552 schematy sylogistyczne w figurach: pierwszej (152), drugiej (152), trzeciej (152) oraz czwartej (96 trybów).

1*aaa*, *add*, ae(a), aee, am(d), amm, all, arr, ai(l), *aii*, ap(r), *app*, *bbb*, *bgg*, bk(b), bkk, btg, bt(t), bnn, bss, bz(n), *bzz*, bo(s), *boo*, *gag*, *gdb*, ge(g), get, gm(b), gmk, gls, grn, gi(s), *gio*, gp(n), *gpz*, *dbd*, *dga*, dk(d), dkm, dt(a), dte, dnr, dsl, dz(r), *dzp*, do(l), *doi*, ea(a), eae, ed(d), edm, ee(a), eee, em(d), emm, ell, err, ei(l), eii, ep(r), epp, kb(b), kbk, kg(g), kgt, kk(b), kkk, kt(g), ktt, knn, kss, kz(n), kzz, ko(s), koo, ta(g), tat, td(b), tdk, te(g), tet, tm(b), tmk, tls, trn, ti(s), tio, tp(n), tpz, mb(d), mbm, mg(a), mge, mk(d), mkm, mt(a), mte, mnr, msl, mz(r), mzp, mo(l), moi, nan, nds, nen, nms, lbl, lgr, lkl, ltr, rar, rdl, rer, rml, sbs, sgn, sks, stn, za(n), *zaz*, zd(s), *zdo*, ze(n), *zez*, zm(s), zmo, ib(l), ibi, ig(r), *igp*, ik(l), iki, it(r), itp, pa(r), *pap*, pd(l), *pdi*, pe(r), pep, pm(l), pmi, ob(s), *obo*, og(n), *ogz*, ok(s), oko, ot(n), otz.

2*abb*, *agg*, ak(b), akk, at(g), att, ann, ass, az(n), *azz*, ao(s), *aoo*, *baa*, *bdd*, be(a), bee, bm(d), bmm, bll, brr, bi(l), *bii*, bp(r), *bpp*, *gag*, *gdb*, ge(g), get, gm(b), gmk, gls, grn, gi(s), *gio*, gp(n), *gpz*, *dbd*, *dga*, dk(d), dkm, dt(a), dte, dnr, dsl, dz(r), *dzp*, do(l), *doi*, ebb, egg, ek(b), ekk, et(g), ett, en(n), enz, es(s), eso, ez(n), ezz, eo(s), eoo, kaa, kdd, ke(a), kee, km(d), kmm, kl(l), kli, kr(r), krp, ki(l), kii, kp(r), kpp, tag, tdb, te(g), tet, tm(b), tmk, tl(s), tlo, tr(n), trz, ti(s), tio, tp(n), tpz, mbd, mga, mk(d), mkm, mt(a), mte, mn(r), mnp, ms(l), msi, mz(r), mzp, mo(l), moi, ne(n), nez, nm(s), nmo, lk(l), lki, lt(r), ltp, rk(s), rko, rt(n), rtz, se(r), sep, sm(l), smi, za(n), *zaz*, zd(s), *zdo*, ze(n), zez, zm(s), zmo, ib(l), *ibi*, ig(r), *igp*, ik(l), iki, it(r), itp, pb(s), *pbo*, pg(n), *pgz*, pk(s), pko, pt(n), ptz, oa(r), *oap*, od(l), *odi*, oe(r), oep, om(l), omi.

3*aba*, *add*, aka, amd, ai(l), *aii*, ao(r), *aop*, *bab*, *bgg*, beb, btg, bz(n), *bzz*, bp(s), *bpo*, *gbg*, *gdb*, gkg, gmb, gi(s), *gio*, go(n), *goz*, *dad*, *dga*, ded, dta, dz(r), *dzp*, dp(l), *dpi*, eb(a), ebe, ed(d), edm, ek(a), eke, em(d), emm, el(l), eli, es(r), esp, ei(l), eii, eo(r), eop, ka(b), kak, kg(g), kgt, ke(b), kek, kt(g), ktt, kn(n), knz, kr(s), kro, kz(n), kzz, kp(s), kpo, tb(g), tbt, td(b), tdk, tk(g), tkt, tm(b), tmk, tl(s), tlo, ts(n), tsz, ti(s), tio, to(n), toz, ma(d), mam, mg(a), mge, me(d), mem, mt(a), mte, mn(r), mnp, mr(l), mri, mz(r), mzp, mp(l), mpi, nbn, nds, nk(n), nkz, nm(s), nmo, lal, lgr, le(l), lei, lt(r), ltp, rbr, rdl, rk(r), rkp, rm(l), rmi, sas, sgn, se(s), seo, st(n), stz, zb(n), *zbz*, zd(s), *zdo*, zk(n), zkz, zm(s), zmo, ia(l), *iai*, ig(r), *igp*, ie(l), iei, it(r), itp, pb(r), *pbp*, pd(l), *pdi*, pk(r), pkp, pm(l), pmi, oa(s), *oao*, og(n), *ogz*, oe(s), oeo, ot(n), otz.

4*aab*, *agg*, aeb, atg, az(n), *azz*, ap(s), *apo*, *bba*, *bdd*, bka, bmd, bi(l), *bii*, bo(r), *bop*, *gbg*, *gdb*, gkg, gmb, gi(s), *gio*, go(n), *goz*, *dad*, *dga*, ded, dta, dz(r), *dzp*, dp(l), *dpi*, eab, egg, eeb, etg, ez(n), ezz, ep(s), epo, kba, kdd, kka, kmd, ki(l), kii, ko(r), kop, tbg, tdb, tkg, tmb, ti(s), tio, to(n), toz, mad, mga, med, mta, mz(r), mzp, mp(l), mpi, zb(n), *zbz*, zd(s), *zdo*, zk(n), zkz, zm(s), zmo, ia(l), *iai*, ig(r), *igp*, ie(l), iei, it(r), itp, pa(s), *pao*, pg(n), *pgz*, pe(s), peo, pt(n), ptz, ob(r), *obp*, od(l), *odi*, ok(r), okp, om(l), omi.

Konkluzje podane w nawiasach (56 w figurze pierwszej, po 64 w drugiej i trzeciej oraz 32 w czwartej) uzyskujemy na podstawie wnioskowań bezpośrednich, w szczególności: (a) wynika z e, skoro A e B implikuje A a B, a także (b) wynika z k, (g) wynika z t oraz (d) wynika z m; podobnie: (s) wynika z o, skoro A o B implikuje A s B, a także (r) wynika z p, (l) wynika z i oraz (n) wynika z z. Ponieważ tryby sylogistyczne poznane wcześniej z funktorami: a, b, g, d, o, p, i oraz z (po 24 w każdej z figur) wyróżniliśmy czcionką pochyloną, to wobec tego wnioskujemy, że otrzymaliśmy zupełnie nowe, nieznane nam dotąd tryby: 72 w figurze pierwszej, po 64 w drugiej i trzeciej oraz 40 w figurze czwartej.

Zadanie 5.5.

Wyjaśnić niejednoznaczność w nazewnictwie odnoszącym się do zdań w interpretacji mocnej i definiowaniu zdań jako warunkowych. Odpowiedź: Czasami przyjmuje się, że interpretacja mocna zdań A są (jest) B wymaga tylko warunku: exA; my wychodzimy tutaj z założenia, że potrzebny jest również i drugi warunek: exB′. Nie można też warunkowości zdań łączyć z możliwością obliczania prawdopodobieństwa warunkowego; w przypadku prawdziwego zdania A e B może być ono policzone zawsze, a w przypadku zdania A a B tylko przy niepustym podmiocie (dzielenie przez zero począwszy od struktury algebraicznej, jaką jest pierścień nie jest dopuszczalne). Najbardziej przekonujące kryterium podziału zdań na warunkowe i pozostałe uzyskać można poprzez analizę relacji zakresowych (a jest ich łącznie szesnaście) między podmiotem i orzecznikiem zdania; tylko dwie z nich: 9 i 13 jednoznacznie określają (wieloznaczną w logistyce) warunkowość zdania (interpretację mocną i postać warunkową zdania) typu: A **a** B, w tym także zdania typu: A **e** B. Dla zdania A jest B można wzmocnić exA do istnienia dokładnie jednego A, co wyklucza kwadraty logiczne (l, s, e, t).