4. ISTNIENIE I PRÓBA JEGO FORMALIZACJI

Językowe definicje zdań A są B i A jest B

Przedmiot (o nazwie) C istnieje zawsze i tylko wtedy, gdy można uznać (za prawdziwe w dyskursie epistemicznym) zdanie: jest co najmniej (przynajmniej) jedno C. Lewą stronę powyższej równoważności skracamy do: exC (istnieje C), natomiast prawą bez funktora uznania do: ε_1C. Funktorem uznania będzie podany już wcześniej funktor, zastosowany do zdania A ε B, czytany: jest niewykluczone, że… (jest możliwe, że...) o symbolu: ◊. Zdanie o istnieniu przedmiotu C po prawej stronie równoważności definiującej przyjmie wobec tego postać: ◊ε_1C, co pozwala zaproponowaną definicję istnienia C zapisać następująco:

$$\mathrm{ex}C \leftrightarrow \lozenge\varepsilon_1 C.$$

Powyższą równoważność odczytujemy: istnieje C zawsze i tylko wtedy, gdy niewykluczone (możliwe), że jest co najmniej (przynajmniej) jedno C. Nie jest to bynajmniej jedyny sposób istnienia C, ale na razie powinno zadowolić nas, że jest to podstawowy sposób istnienia przedmiotów w dyskursach.

Reasumując, zdanie o istnieniu przedmiotu w dyskursie M = E = 1, 2, 3, ... stanie się prawdziwe (przy M = E = 0 nie odróżniamy prawdy od fałszu) w każdym przypadku oprócz tego, kiedy nazwa C jest nazwą pustą: N0 i odnosi się do przedmiotu, którego nie ma: e-∞.

Na przykład, w dyskursie trójelementowym (M = E = 3) istnieją kolejno przedmioty o nazwach Nj: exN7, exN6, exN5, exN4, exN3, exN2, exN1 oraz nie istnieje przedmiot o nazwie pustej: ~exN0. Mamy w tym dyskursie osiem wartości prawdziwościowych: j = 7 (prawda), 6, 5, 4, 3, 2, 1 (nieprawda i niefałsz zarazem) oraz 0 (fałsz); tylko w przypadku fałszu, kiedy j = 0, funktor niewykluczania (możliwości): ◊ nie zamieni zdania: ε_1Nj w prawdziwe. Ogólnie: funktor niewykluczania (możliwości) zamienia w zdanie prawdziwe każde zdanie niefałszywe. Analizując podobne przykłady możemy wywnioskować, że wartości prawdziwościowe (jakości) zdań typu: ε_1Nj można obliczać następująco:

$$v(\varepsilon_1 Nj) = j,$$

gdzie v(q) oznacza wartościowanie (v od angielskiego *value*) zdania q.

Mając tak zdefiniowane istnienie, można już określić środkami czysto językowymi prawdziwość zdań typu A są B (A-y są B-ami), bowiem: $A \ \alpha \ B \leftrightarrow (\varepsilon_1 A \rightarrow \varepsilon_1 B)$. Zdania tego typu uznawane są tylko w przypadku prawdziwości (najwyższej wartości prawdziwościowej); pojawia się wobec tego drugi ze znanych już funktorów uznania, to jest funktor konieczności (pewności), czytany: jest konieczne, że... (jest pewne, że...) o symbolu: □.

Ostatecznie zdanie typu: □A α B, które zwykle skracamy do A a B, definiujemy (bez posługiwania się tym razem rysunkami, a więc uciekając się wyłącznie do środków językowych):

$$A \ a \ B \leftrightarrow \Box(\varepsilon_1 A \rightarrow \varepsilon_1 B).$$

Dotychczas wyjaśnialiśmy m.in. prawdziwość zdania: A są B za pomocą rysunku, jakim jest wizualizacja stosunku należenia kolekcji A-ów do zbioru B-ów w postaci: $a \propto \{b\} \leftrightarrow A \ \alpha \ B$.

Zdefiniowanie w podobny sposób, to jest środkami językowymi, zdania typu: A jest B (A jest B-em), będącego szczególnym przypadkiem zdania typu A są B (A-y są B-ami), wymaga wprowadzenia i umiejętności wartościowania pod względem prawdziwościowym wyrażenia: jest co najwyżej jedno C, krótko: ε^1C, bowiem definicja, na razie bez funktorów uznania, przedstawia się następująco: $A \ \varepsilon \ B \leftrightarrow (\varepsilon^1 A \wedge \varepsilon_1 B)$. W przypadku tego typu zdań posługujemy się funktorem niewykluczania (możliwości); a więc ostatecznie mamy definicję językową interesującego nas zdania: ◊A ε B, skracanego przez nas do A e B, w postaci:

$$A \text{ e } B \leftrightarrow \Diamond(\varepsilon^1 A \wedge \varepsilon_1 B).$$

Podstawiając za C zmienną Nj uzyskujemy poszukiwane wyrażenie: ε^1C w postaci: ε^1Nj, dla którego ustalamy wartości prawdziwościowe następująco:

$$v(\varepsilon^1 Nj) = \begin{cases} J, \text{ dla } j = 0, \text{ gdzie } J = 2^M - 1; \\ j, \text{ dla } j = 2^i, \text{ gdzie } i = 0, 1, 2, 3, \ldots M - 1; \\ 0 \text{ w pozostałych przypadkach.} \end{cases}$$

Powyższe wyrażenie staje się szczególnie proste w dyskursie jednoelementowym: M = E = 1, w którym wystąpią tylko dwie nazwy: N1 oraz N0 (prawda $J = 2^M - 1 = 1$, a pośrednich wartości: j między prawdą i fałszem, oznaczanym zawsze przez 0, brak); jest to klasyczny przypadek prawdziwościowy: prawda (1), fałsz (0). Prześledźmy w tym najprostszym z możliwych dyskursie wszystkie prawdziwe zdania typu A jest B: N0 ε N1 oraz N1 ε N1, których zawsze dokładnie jest: $(M+2)\cdot 2^{M-1} - 1$, tutaj: $(1+2)\cdot 2^{1-1} - 1 = 2$ oraz wszystkie zdania prawdziwe typu A są B: N0 α N0, N0 α N1 oraz N1 α N1, których zawsze dokładnie jest: 3^M, tutaj: $3^1 = 3$. Nie wprowadziliśmy w tych zdaniach funktorów uznania, bowiem w przypadku dwuwartościowym ($q \leftrightarrow \Diamond q \leftrightarrow \Box q$) są one po prostu niepotrzebne. Począwszy od M = E = 2 funktory te stają się niezbędne, chociaż funktor konieczności (pewności) można bez wprowadzania niejednoznaczności w wielu przypadkach opuścić. Reguły opuszczania funktora niewykluczania (możliwości) ciągle jeszcze stanowią wyzwanie logistyczne, z którym, jak pamiętamy, nie udało się Arystotelesowi do końca uporać w jego sylogistyce.

Zdania cząstkowe

Stopień skomplikowania wyrażenia: ε^1C (dla istnienia co najwyżej jednego C) uprawnia nas do uogólnienia problemu poprzez wprowadzenie zdania cząstkowego postaci: $\varepsilon_L{}^H C$, które czytamy: jest co najmniej L (indeks dolny) i co najwyżej H (indeks górny) przedmiotów o nazwie C. Takie zdanie cząstkowe jest sensowne przy: $0 \le L \le H \le M \le I$, a jego wartość prawdziwościową: $v(\varepsilon_L{}^H Nj)$ oblicza się za pomocą algorytmu (postępowania kończącego się zawsze tym samym rezultatem w odróżnieniu od heurystyki):

1) Badamy wyrażenie: $L \le Wj \le H$, gdzie Wj oznacza liczbę przedmiotów o nazwie: Nj, czyli: εNj; jeśli wyrażenie nie jest spełnione, to zdanie cząstkowe jest fałszywe, a więc: $v(\varepsilon_L{}^H Nj) = 0$, w przeciwnym przypadku jest niefałszywe i przechodzimy do punktu 2);

2) Badamy wyrażenie: $Wj = L = 0 \vee Wj = H = M$; jeśli to wyrażenie jest spełnione, to zdanie cząstkowe jest prawdziwe, a więc $v(\varepsilon_L{}^H Nj) = J = 2^M - 1$, w przeciwnym przypadku jest nieprawdziwe (i niefałszywe zarazem), a więc $v(\varepsilon_L{}^H Nj) = j$.

Na przykład, w dyskursie pięcioelementowym (M = 5) wartość prawdziwościowa wyrażenia: są co najmniej dwa (L = 2) i co najwyżej cztery (H = 4) przedmioty o nazwie N25, a więc wartość prawdziwościowa zdania cząstkowego: $\varepsilon_2{}^4 N25$, biorąc pod uwagę, że W25 = εN25 = 3_{25} (N25 oznacza trzy przedmioty: e4, e3 oraz e0, bowiem $25 = 2^4 + 2^3 + 2^0$), jest równa: $v(\varepsilon_2{}^H N25) = 25$. Ustalamy to badając dwa warunki: $L \le Wj \le H$ (spełniony: $2 \le 3_{25} \le 4$) oraz $Wj = L = 0 \vee Wj = H = M$ (niespełniony: $3_{25} = 2 = 0 \vee 3_{25} = 4 = 5$), co daje właśnie wartość: $v(\varepsilon_L{}^H Nj) = j = 25$, przy wartości prawdy J = 31 (fałsz jest zawsze oznaczany przez: 0).

Obecnie możemy już uzupełnić formuły rozważanych wcześniej dwóch przykładów zdań cząstkowych: jest co najmniej jedno Nj: $\varepsilon_1{}^M Nj$ oraz: jest co najwyżej jedno Nj: $\varepsilon_0{}^1 Nj$; widzimy, że indeks górny H (angielskie *high*) równy M oraz indeks dolny L (angielskie *low*) równy zeru można po prostu opuszczać. Interesująca jest również koniunkcja tych dwóch zdań cząstkowych: $\varepsilon_1{}^M Nj \wedge \varepsilon_0{}^1 Nj$, równoważna zdaniu cząstkowemu: jest dokładnie jedno (co najmniej i co najwyżej jedno) Nj: $\varepsilon_1{}^1 Nj$. Wartość prawdziwościowa tej koniunkcji to:

$$v(\varepsilon_1{}^1 Nj) = \begin{cases} j, \text{ dla } j = 2^i, \text{ gdzie } i = 0, 1, 2, 3, \dots M-1; \\ 0 \text{ w pozostałych przypadkach,} \end{cases}$$

czyli poza dyskursem jednoelementowym (M = E = 1), gdzie może stać się ona prawdą, jest co najwyżej pośrednia dla dowolnego j, co jest oczywiście zgodne również z algorytmem wartościowania zdań cząstkowych.

Rodzaje istnienia

„Człowiek jest miarą wszystkich rzeczy; istniejących, że (i jak) istnieją i nieistniejących, że (i jak) nie istnieją". To słynne twierdzenie pierwszego wśród sofistów, Protagorasa z Abdery, można wyjaśnić posługując się wprowadzonymi już pojęciami poznania, dyskursu i zbiorów, rozumianych jako ilości (liczby), oraz wykorzystując do tego zaproponowane zdania cząstkowe. I tak, rozważając poznanie wprowadziliśmy pojęcie przyczyny poznania, czyli pojęcie przedmiotu; zostały między innymi wyróżnione przedmioty celowe (15), urojone (14), faktyczne (13), abstrakcyjne (12), konkretne (11), fikcyjne (10), realne (9) oraz idealne (8). Dokładnie tak samo, po uwzględnieniu przedmiotów materialnych (7), którym w ogóle może logicznie (jasno) przysługiwać istnienie, nazywamy sposoby istnienia przedmiotów; jest to istnienie materialne i zarazem: celowe ($15 \wedge 7 \leftrightarrow 7$), urojone ($14 \wedge 7 \leftrightarrow 6$), faktyczne ($13 \wedge 7 \leftrightarrow 5$), abstrakcyjne ($12 \wedge 7 \leftrightarrow 4$), konkretne ($11 \wedge 7 \leftrightarrow 3$), fikcyjne ($10 \wedge 7 \leftrightarrow 2$), realne ($9 \wedge 7 \leftrightarrow 1$) oraz idealne ($8 \wedge 7 \leftrightarrow 0$). Przedmioty materialne (nie mylić cielesnych materiałów z materią) istnieją wobec tego na co najmniej osiem, zależnych od nas (człowiek miarą), sposobów; jeden z nich, to jest istnienie realne ($9 \wedge 7 \leftrightarrow 1$), już zdefiniowaliśmy na początku naszych rozważań o istnieniu jako: exC (1 w rozwinięciu binarnym: 001). Przy takiej liczbie sposobów istnienia potrzebne są ich przejrzyste oznaczenia; posłużymy się wobec tego rozwinięciami binarnymi liczb odpowiadających wspomnianym rodzajom istnienia tak, jak uczyniliśmy już w przypadku istnienia realnego. Małym literkom w zapisie zdania o istnieniu odpowiadają zera, a dużym jedynki w rozwinięciu binarnym numeru porządkowego tego rodzaju istnienia; oznaczamy wobec tego istnienie materialne i zarazem: celowe EXC (7 = 111), faktyczne ExC (5 = 101), konkretne eXC (3 = 011), realne exC (1 = 001). Pozostałe cztery sposoby istnienia materialnego można oznaczyć, wytłuszczając pierwsze dwie literki: istnienie urojone **EX**C (7 – 1 = 6), istnienie abstrakcyjne **Ex**C (5 – 1 = 4), istnienie fikcyjne **eX**C (3 – 1 = 2) oraz istnienie idealne **ex**C (1 – 1 = 0); z tej czwórki interesować się dalej będziemy tylko istnieniem idealnym (subiektywnym) **ex**C.

Pierwsze godne uwagi podejście do spraw istnienia (istnieje tylko materialna rzeczywistość; nie istnieją przedmioty estetyki: apate, tworzenie złudy) pozostawił nam drugi z wielkich sofistów, Gorgiasz z Leontinoi, w swoim głośnym trylemacie: 1. nic nie istnieje; 2. gdyby istniało, byłoby nierozpoznawalne; 3. nawet gdyby było rozpoznawalne, byłoby niekomunikowalne. Zapiszmy te trzy twierdzenia jako przesłanki i wniosek z nich płynący w postaci schematu wnioskowania, stosując oznaczenia wprowadzonych rodzajów istnienia materialnego, to jest: istnienia realnego exC, istnienia konkretnego eXC oraz istnienia faktycznego ExC:

~exC	(1.)
exC → ~eXC	(2.)
<u>eXC → ~ExC</u>	(3.)
exC ↔ eXC ∧ ExC	(1. ↔ 3.).

Otrzymujemy przy tym najpiękniejszy z możliwych sylogizmów (przed sylogistyką!):
$(1^{(')}. \wedge 2^{(')}. \wedge 3^{(')}. \leftrightarrow 1^{(')}. \vee 2^{(')}. \vee 3^{(')}.) \leftrightarrow (1^{(')}. \leftrightarrow 3^{(')}.)$,
gdzie: $^{(')}$ wskazuje możliwość konsekwentnego zaprzeczenia wszystkich trzech przesłanek:

exC	$(1'.)$
exC $\wedge$ eXC	$(2'.)$
eXC $\wedge$ ExC	$(3'.)$
exC $\leftrightarrow$ eXC $\wedge$ ExC	$(1^{(')}. \leftrightarrow 3^{(')}.)$.

Zacznijmy od ostatniego wnioskowania; mówi ono w trzech kolejnych przesłankach o: $1'$. istnieniu realnym (kolekcji) atomów (rzeczy zbudowanych z atomów), $2'$. ich istnieniu realnym i konkretnym zarazem oraz $3'$. ich istnieniu konkretnym i faktycznym zarazem, co nie wywołuje żadnych sprzeciwów i prowadzi do wniosku, że istnienie realne jest koniunkcją istnienia konkretnego (rozpoznawalność rzeczy) i faktycznego (komunikowalność rzeczy).

Zaprzeczenie tych trzech przesłanek daje właśnie trylemat (1., 2. oraz 3.) Gorgiasza, a w nim mowa jest już nie o atomach (rozpoznawalnych i komunikowalnych zarazem: $p \wedge q$), ale o bycie (rozpoznawalnym i niekomunikowalnym: $p \wedge \sim q$), próżni (nierozpoznawalnej i komunikowalnej: $\sim p \wedge q$) oraz niebycie (nierozpoznawalnym i niekomunikowalnym: $\sim p \wedge \sim q$), które razem tworzą owo Gorgiaszowe „apate = nic". Wszystko to daje się uzasadnić z jednej strony pod warunkiem, że sofiści, w szczególności Gorgiasz, świadomie posługiwali się rachunkiem zdań, w tym umiejętnością zaprzeczania koniunkcji i alternatywy; z drugiej trudno dziś twierdzić również, że takiej wiedzy nie posiadali, biorąc pod uwagę tysiące lat rozwoju języków naturalnych. Pozostańmy na chwilę przy związkach między istnieniem konkretnym (rozpoznawalnością przedmiotów) i istnieniem faktycznym (komunikowalnością przedmiotów) i uświadommy sobie, że te dwa pojęcia, a więc: rozpoznawalność: p oraz komunikowalność: q pozwalają w każdej z warstw, na przykład wartości, zdefiniować całe poznanie. Przykładowo (15) mądrość: $\sim p \vee p$, czyli niesprzeczność, (14) piękno: $\sim p \vee \sim q$, (13) racja: $\sim p \vee q$, (12) pustka: $\sim p$, (11) dobro: $p \vee \sim q$, (10) całość: $\sim q$, (9) ciało: $p \leftrightarrow q$, (8) niebyt: $\sim p \wedge \sim q$, (7) prawda: $p \vee q$, (6) duch: $p \leftrightarrow \sim q$, (5) część: q, (4) próżnia: $\sim p \wedge q$, (3) pełnia: p, (2) byt: $p \wedge \sim q$, (1) atomy: $p \wedge q$, (0) ja: $p \wedge \sim p$, czyli sprzeczność.

Na koniec zdefiniujmy pięć z ośmiu sposobów materialnego istnienia przedmiotów o nazwie C w dyskursie M – elementowym (M = E = 1, 2, 3, ...), gdzie $X_u = X + \Theta$, czyli pole dyskursu X_u, składa się z dziedziny X i przeciwdziedziny Θ dyskursu.

Istnienie materialne i celowe (przedmiotowe, obiektowe) zarazem (a może obiektywne?):

$EXC \Leftrightarrow \Diamond\varepsilon_1^{M+1}C\cdot X_u$;

istnienie materialne i faktyczne zarazem (informacyjne, substancjalne?):

ExC $\Leftrightarrow$ EXC $\wedge$ EXC′ (C jest jasne i wyraźne, żenująco objaśniane przez Kartezjusza);

istnienie materialne i konkretne zarazem (morficzne):

$eXC \Leftrightarrow \Diamond\varepsilon_1^{M}C\cdot X$;

istnienie materialne i realne zarazem (rzeczowe, wniosek z trylematu Gorgiasza):

exC $\Leftrightarrow$ eXC $\wedge$ ExC;

istnienie materialne i idealne zarazem (sprawcze, a może subiektywne?):

exC $\Leftrightarrow$ eXC $\wedge$ eXC′.

Istnienie idealne: **ex**C posłużyło do zbudowania sylogistyki zdań kategorycznych (24 poprawne albo słuszne, albo też racjonalne schematy wnioskowania w logistyce), która charakteryzuje się koniecznością wyboru nazw niepustych i niepełnych zarazem bez możliwości zaprzeczania nazw. Tak rozumiane zdania kategoryczne (wszystkie A są B, wszystkie A są nie-B, nie jest tak, że wszystkie A są B oraz nie jest tak, że wszystkie A są nie-B) nie posiadają, co wykażemy dalej, wartości prawdziwościowych; ich uznanie zależy od prawdopodobieństwa (zdaniowego). Tę najprostszą sylogistykę, obchodząc jej ograniczenia, można wzbogacać na wiele sposobów, między innymi poprzez dołączenie zdania typu A jest B, co prowadzi do co najmniej 552 poprawnych trybów sylogistycznych obejmując przy tym wiele wnioskowań należących dziś wyłącznie do tak zwanego rachunku predykatów.

Problemem rachunku predykatów (kwantyfikatorów) jest definicja predykatu, rozumianego dzisiaj ciągle intuicyjnie, a więc definicja podstawowego przedmiotu tego rachunku (tej teorii); chodzi przynajmniej o taki stopień precyzji, z jakim określiliśmy tutaj zdanie typu A jest B, które przecież zawiera w jakiś sposób w sobie pojęcie predykatu.

Wspomnieliśmy w tym miejscu o predykatach nieprzypadkowo, bowiem wyjaśnienie sposobu konstruowania zbioru F-ów (wyznaczania jego elementów: y) wymaga zrozumienia warunku, wyrażanego w teorii zbiorów w postaci formy zdaniowej F(y), która w najprostszym przypadku korzysta z pojęcia predykatu: bycie F-em (jest F-em): $y \in \{x: F(x)\} \leftrightarrow F(y)$.

Na pytanie, które przedmioty spełniają warunek (a więc kiedy i jak uznajemy F(y)?), aby stać się elementami zbioru, możemy odpowiedzieć najczęściej tylko intuicyjnie (i pewnie dlatego tak zwane „zbiory rozmyte” stały się dzisiaj powszechnie akceptowane).

Zastanówmy się wobec tego nad zapisem równoważnych sobie warunków, niezbędnych do wyznaczania elementów (kolekcji niewłaściwych), w tym przedmiotów, których nie ma, a o których konsekwentnie zapominają matematycy. Rozpocznijmy konstruowanie zbiorów, poczynając od sposobów najprostszych; na przykład dla zbioru B-ów mamy:

$$a \propto \{c: C \text{ a } B\} \leftrightarrow A \text{ a } B.$$

Widzimy, że przedmiot (lub kolekcja) o nazwie A, to jest: }A{ := a, należy (kolektywnie) do zbioru B-ów, to jest do zbioru: {}B{} = {b}, zawsze i tylko wtedy, gdy A-y są B-ami, to jest: $A \text{ a } B \leftrightarrow \Box A \; \alpha \; B \leftrightarrow \Box(\varepsilon_1 A \rightarrow \varepsilon_1 B) \leftrightarrow \Box{\sim}\varepsilon_1 A \cdot B' \leftrightarrow {\sim}\Diamond\varepsilon_1 A \cdot B'$. Zaletą takiego konstruowania (wyznaczania elementów) zbioru jest uwzględnienie przedmiotu, którego nie ma, o nazwie N0 i symbolu e-∞, przy założeniu, że dowolny element nie może pojawić się w zbiorze więcej niż jeden raz. Na przykład, przy konstruowaniu w dyskursie czteroelementowym (M = E = 4) zbioru {}N13{}, biorąc pod uwagę, że N0 a N13, N1 a N13, N4 a N13, N5 a N13, N8 a N13, N9 a N13, N12 a N13 oraz N13 a N13, uzyskujemy:

{}N13() = {}N0{}N1{}N4{}N4+N1{}N8{}N8+N1{}N8+N4{}N8+N4+N1{} =
= {}N0{}N1{}N4{}N8{} = {e-∞ e0 e2 e3} = $e^1 13$.

Zbiór ten ma tylko trzy elementy, bowiem elementów, których nie ma jest przecież dokładnie zero. Zastanawiające jest przy tym również i to, że do konstruowania zbiorów w ogóle nie są potrzebne zdania typu: A jest B-em ($A \text{ e } B \leftrightarrow \Diamond A \; \varepsilon \; B \leftrightarrow \Diamond(\varepsilon^1 A \wedge \varepsilon_1 B)$), które nie występują w jawnej postaci w sylogistyce greckiej; pojawiają się one dopiero w średniowieczu, a także na przełomie XIX i XX wieku. Szczególnie częstym obecnie warunkiem wyznaczania elementów w zbiorze, bez uwzględniania elementów, których nie ma, jest: C est B (funktor: est St. Leśniewskiego, relacje: 1, 5, 9, 13; moduł *ei*: $A \text{ e } B \wedge A \text{ i } B \leftrightarrow A \text{ est } B \leftrightarrow \Diamond\varepsilon_1{}^1 A \wedge A \text{ a } B$):

$$a \in \{c: C \text{ est } B\} \leftrightarrow A \text{ est } B.$$

Dodanie elementu, którego nie ma, a którego wciąż dotkliwie brak we współczesnej matematyce, wymaga dołączenia warunku jego realnego (i materialnego zarazem) nieistnienia:

$$a \in \{c: \text{ex}C \rightarrow C \text{ e } B\} \leftrightarrow A \text{ e } B.$$

Ostatnia równoważność zawiera najogólniejszy z warunków wyznaczania elementów w zbiorze (elementów konstytuujących zbiór) B-ów: $\text{ex}C \rightarrow C \text{ e } B$ (C e B można zastąpić C est B).

Ponadto należy pamiętać, że: $e\text{-}\infty \propto \{e\text{-}\infty\} \leftrightarrow$ N0 a N0 oraz $e\text{-}\infty \notin \{e\text{-}\infty\} \leftrightarrow {\sim}$N0 e N0, a więc przedmiot, którego nie ma (zerowy), skoro N0 są N0, należy kolektywnie do zbioru pustego, ale nie należy do niego dystrybutywnie, bowiem nie jest tak, że N0 jest N0.

Warsztaty/Ćwiczenia 4: Istnienie w zadaniach

Zadanie 1.4.

Zdefiniować zdanie, podać jego podstawową postać oraz szczególne przypadki.

Odpowiedź: Zdaniem nazwaliśmy zmienną zdaniową albo stałą zdaniową; wobec tego (bez uwzględniania na razie wyrażeń połączonych spójnikami zdaniowymi):

$$\text{zdanie} =_{\text{def}} \text{nazwa} \mid \text{łącznik być: są } (\alpha) \text{ albo jest } (\varepsilon) \mid \text{nazwa},$$

gdzie nazwą może być zarówno zmienna nazwowa (np.: A, B, Nj, $N2^M - 1$ itd.) bądź stała nazwowa (np.: N0, N4, N5, N13 itd., a więc nazwa jasna, nazwa, którą rozumiemy).

Podaną definicję spełniają bezdyskusyjnie zdania należące, na przykład, do dyskursu z czterema (M = E = 4) elementami: A są (α) B, N0 jest (ε) B, Nj są (α) Nj itd., jako zmienne zdaniowe, oraz N5 są (α) N13, N4 jest (ε) N5, N4 jest (ε) $N2^M - 1$ ($N2^M - 1 = N15$ przy M = E = 4) itd., jako stałe zdaniowe. Widzimy, że wystąpienie w zdaniu przynajmniej jednej zmiennej nazwowej zmienia je w zmienną zdaniową; stała zdaniowa wymaga wyłącznie stałych nazwowych. Tylko stałe nazwowe i zdaniowe są uważane przez nas za dające się zrozumieć (to jest wyrażenia (materialne) należące do logiki); pierwsze pozwalają określić liczbę przedmiotów, które taka nazwa oznacza, natomiast drugie pozwalają rozumieć każdą z części składowych zdania, a więc obie nazwy i łącznik, czyli umożliwiają policzenie prawdopodobieństwa zdaniowego (logicznego), o czym później.

Łącznik może oznaczać: być w postaci: są, skracane do: α, a więc każde zdanie, na razie bez funktora uznania, ma, zgodnie z podaną jego definicją, postać: $A\ \alpha\ B \leftrightarrow (\varepsilon_1 A \to \varepsilon_1 B)$, w której $\varepsilon_1 C$ czytamy: jest co najmniej (przynajmniej) jedno C; wobec tego zdanie A α B jest równoważne implikacji: jeżeli jest przynajmniej jedno A, to jest przynajmniej jedno B.

Uwzględniając, że: $\varepsilon_1 A \wedge \varepsilon_1 B \leftrightarrow \varepsilon_1 A{\cdot}B$, $\varepsilon_1 A \vee \varepsilon_1 B \leftrightarrow \varepsilon_1 A{+}B$, $\sim\varepsilon_1 A \leftrightarrow \varepsilon_1 A'$ można tę implikację (jako faktyczną albo jako materialną, kiedy rozumiemy jej poprzednik i następnik) A α B zapisać na jeden z kilku sposobów:

$$A\ \alpha\ B \leftrightarrow (\varepsilon_1 A \to \varepsilon_1 B) \leftrightarrow (\sim\varepsilon_1 A \vee \varepsilon_1 B) \leftrightarrow (\varepsilon_1 A' \vee \varepsilon_1 B) \leftrightarrow \varepsilon_1 A'{+}B \leftrightarrow \sim\varepsilon_1 A{\cdot}B',$$

natomiast pamiętając, że zdanie takie uznawane jest z wykorzystaniem funktora uznania, który można opuszczać, nazywanego funktorem konieczności (pewności) i oznaczanego przez: $\Box$, mamy ostatecznie dla uznanego zdania A są B, skracanego do A a B (i nazywanego także bez dostatecznego uzasadnienia (mylenie warstw) – implikacją formalną):

$$A\ a\ B \leftrightarrow \Box A\ \alpha\ B \leftrightarrow \Box(\varepsilon_1 A \to \varepsilon_1 B) \leftrightarrow \Box\varepsilon_1 A'{+}B \leftrightarrow \Box{\sim}\varepsilon_1 A{\cdot}B' \leftrightarrow {\sim}\Diamond\varepsilon_1 A{\cdot}B'.$$

Uznane zdanie A jest B, skracane do: A e B przy definiowaniu z wykorzystaniem funktora uznania, oznaczanego przez: $\Diamond$, a więc funktora niewykluczania (możliwości), którego opuszczać nie można, ma postać:

$$A\ e\ B \leftrightarrow \Diamond A\ \varepsilon\ B \leftrightarrow \Diamond(\varepsilon_0{}^1 A \wedge \varepsilon_1{}^M B) \leftrightarrow \Diamond(\varepsilon^1 A \wedge \varepsilon_1 B)$$

i jest szczególnym przypadkiem zdania A są B; szczególnym przypadkiem naszego zdania ogólnego: $\Box A\ \alpha\ B$ jest zdanie szczegółowe: $\Diamond A\ \varepsilon\ B$, bowiem

$$A\ \varepsilon\ B \to A\ \alpha\ B \text{ oraz } \Diamond A\ \varepsilon\ B \to \Box A\ \alpha\ B$$

są twierdzeniami logistyki (zawierają zmienne zdaniowe, czyli nie tylko stałe zdaniowe).

Kiedy mówimy o istnieniu (realnym i materialnym zarazem, czyli rzeczowym) przedmiotów o nazwie C za pomocą: $\text{ex}C \leftrightarrow \Diamond\varepsilon_1 C$, czyli twierdzimy, że: istnieje C (niewykluczone (możliwe), że jest przynajmniej jedno C), to również wypowiadamy zdanie, które jednak na pierwszy rzut oka pod podaną wyżej definicję zdania nie podpada. Nic bardziej błędnego, zdanie: istnieje C to tyle, co zdanie:

$$N0\ e\ C \leftrightarrow \Diamond N0\ \varepsilon\ C \leftrightarrow \Diamond(\varepsilon_0{}^1 N0 \wedge \varepsilon_1{}^M C) \leftrightarrow \Diamond(\varepsilon^1 N0 \wedge \varepsilon_1 C) \leftrightarrow \Diamond\varepsilon_1 C,$$

które ma postać definicyjną: nazwa pusta N0, łącznik jest (ε) oraz zmienna nazwowa C; ostatnia równoważność wynika z tego, że w koniunkcji ze zdaniem $\varepsilon_1 C$ zdanie $\varepsilon^1 N0$ jest prawdziwe i może być opuszczone. Zauważmy także, że

$$C\ e\ X \leftrightarrow \Diamond\varepsilon^1 C \text{ oraz } A\ \alpha\ B \leftrightarrow (\varepsilon_1 A \to \varepsilon_1 B) \leftrightarrow (N0\ \varepsilon\ A \to N0\ \varepsilon\ B).$$

Pozostają jeszcze zdania w interpretacji mocnej (uwarunkowane): A **są** B oraz A **jest** B (łączniki pisane czcionką wytłuszczoną), kiedy do omówionych już zdań A są B oraz A jest B dołączamy dwa warunki w postaci zdań: exA oraz exB′, które jednak także pod definicję zdania podpadają; zdania uwarunkowane (w interpretacji mocnej) to po prostu zdania złożone z więcej niż jednego zdania (będące koniunkcją zdań podpadających pod definicję zdania).

Do zdań w naszym systemie epistemicznym (logi(sty)ki, to jest logistyki i logiki zarazem, czyli epistemologii) zaliczamy także wypowiedzi o ilościach: niewykluczone (możliwe), że jest (są) dokładnie zero, jeden, dwa, trzy, cztery itd. przedmioty (obiekty) o nazwie C: $\Diamond\varepsilon_0{}^0C$, $\Diamond\varepsilon_1{}^1C$, $\Diamond\varepsilon_2{}^2C$, $\Diamond\varepsilon_3{}^3C$, $\Diamond\varepsilon_4{}^4C$ itd; odpowiadają im w przykładowym dyskursie z czterema elementami (M = E = 4) zdania („zawsze prawdziwe”) C α C : N0 α N0 dla $\Diamond\varepsilon_0{}^0C$; N1 α N1, N2 α N2, N4 α N4, N8 α N8 dla $\Diamond\varepsilon_1{}^1C$; N3 α N3, N5 α N5, N6 α N6, N9 α N9, N10 α N10, N12 α N12 dla $\Diamond\varepsilon_2{}^2C$; N7 α N7, N11 α N11, N13 α N13, N14 α N14 dla $\Diamond\varepsilon_3{}^3C$ i na koniec N15 α N15 dla $\Diamond\varepsilon_4{}^4C$; wszystkie one podpadają pod podaną na samym początku definicję zdania. Bardziej precyzyjnie, zdanie N13 α N13 zapisane w postaci równoważnego mu rysunku: }N13{ $\propto$ }αN13{ $\leftrightarrow$ N13 α N13 można odczytać: trójka z wartości 13 (być N13 = αN13), czyli 3(13) lub 3_{13}, przysługuje N13 albo też jeszcze inaczej: niewykluczone (możliwe), że są dokładnie trzy przedmioty (co najmniej i zarazem co najwyżej trzy przedmioty) o nazwie N13, a więc: $\Diamond\varepsilon_3{}^3N13$, albo w końcu: przedmiotowi (mnogiemu, nieelementarnemu) lub kolekcji (właściwej) o nazwie N13 przysługuje trójka z wartości prawdziwościowej 13, to jest: $\Diamond\varepsilon 3_{13}N13$; być może jest to pierwszy właściwy krok w kierunku poprawnego, precyzyjnego i zarazem najbardziej ogólnego (a także i zrozumiałego, a więc należącego do logiki) definiowania predykatu F(y): αN13(N13).

Zostało też zdefiniowane zdanie cząstkowe w najbardziej ogólnej postaci: jest co najmniej (przynajmniej) L i co najwyżej H przedmiotów o nazwie C: $\varepsilon_L{}^HC$, które należy interpretować jako alternatywę podpadających pod definicję zdania wyrażeń: $\varepsilon_L{}^LC \vee \varepsilon_{L+1}{}^{L+1}C \vee ... \varepsilon_H{}^HC$; oczywiście mamy również: $\Diamond\varepsilon_L{}^HC \leftrightarrow \Diamond\varepsilon_L{}^LC \vee \Diamond\varepsilon_{L+1}{}^{L+1}C \vee ... \vee \Diamond\varepsilon_H{}^HC$. Reasumując, wszystkie rozpatrzone wyrażenia zdaniowe podpadają pod definicję zdania.

W przypadku zdań w interpretacji mocnej (uwarunkowanych) i z kreską warunkową (**warunkowych**), np: A **a** B $\leftrightarrow$ $\Box$A $\boldsymbol{\alpha}$ B $\leftrightarrow$ $\Box\varepsilon_1B|\varepsilon_1A$, funktory pisane są czcionką wytłuszczoną, a zdania cząstkowe rozdzielane są pionową kreską warunkową, natomiast w interpretacji słabej, np. dla „est” Stanisława Leśniewskiego: A est B $\leftrightarrow$ A e A $\wedge$ A a B $\leftrightarrow$ $\Box\varepsilon_1B/\varepsilon_1{}^1A$, funktory pisane są czcionką niewytłuszczoną, a zdania składowe rozdzielane są pochyłą kreską warunkową. Wartości prawdziwościowe przysługują każdemu z dwóch zdań cząstkowych, tworzących zdanie w postaci warunkowej (z kreską warunkową), natomiast same zdania w tej postaci uznawane są na podstawie obliczanego odpowiednio prawdopodobieństwa zdaniowego (nazywanego także prawdopodobieństwem logicznym), o czym później. Trzeba również zwrócić uwagę na to, że funktory uznania w stylizacjach: modalnej i probabilistycznej można także nazywać funktorami ogólnymi (funktor konieczności oraz funktor pewności) lub szczegółowymi (funktor niewykluczania oraz funktor możliwości); ma to oczywiście bezpośredni związek z nazewnictwem kwantyfikatorów w teorii predykatów, gdzie kwantyfikator wielki nazywany jest ogólnym, a mały – szczegółowym przez analogię do zdań kategorycznych: ogólnych i szczegółowych.

Zadanie 2.4.

Wykazać, że wiązanie istnienia z kwantyfikatorem małym nie znajduje uzasadnienia.

Odpowiedź: Rozpatrzmy zaprzeczenie zdania:

$A\ a\ B' \leftrightarrow \Box A\ \alpha\ B' \leftrightarrow \Box(\varepsilon_1A \rightarrow \varepsilon_1B') \leftrightarrow\ \Box\varepsilon_1A'{+}B' \leftrightarrow \Box{\sim}\varepsilon_1A{\cdot}B \leftrightarrow {\sim}\Diamond\varepsilon_1A{\cdot}B$,

które w podręcznikach nazywane jest zdaniem ogólno-przeczącym i odczytywane jest: żadne A nie są B (wykluczone (niemożliwe), że jest przynajmniej jedno A i B zarazem). Jego zaprzeczeniem jest zdanie nazywane szczegółowo-twierdzącym, oznaczane: A i B oraz odczytywane: pewne A są B i zapisywane w rachunku predykatów z wykorzystaniem kwantyfikatora szczegółowego lub inaczej małego (istnienie nie jest predykatem; jest związane z kwantyfikatorem ∃, jak pouczają nas Anglosasi): dla pewnego U (istnieje takie U**)**, (że) U jest A i U jest B zarazem, albo bardziej formalnie: A i B ↔ ∃U (U e A ∧ U e B), gdzie funktor bycia: e został wcześniej (w tym także w poprzednim zadaniu) zdefiniowany jako:

$$A \text{ e } B \leftrightarrow \Diamond A\ \varepsilon\ B \leftrightarrow \Diamond(\varepsilon_0{}^1 A \wedge \varepsilon_1{}^M B) \leftrightarrow \Diamond(\varepsilon^1 A \wedge \varepsilon_1 B),$$

skoro zachowuje on cechy potrzebne przy dobrym definiowaniu predykatu.

W odróżnieniu od funktora bycia powszechnie prezentowanego w podręcznikach rachunku predykatów, gdzie jest on rozumiany bardzo wąsko (najczęściej jako funktor Stanisława Leśniewskiego: est), posługujemy się nim tutaj szerzej (możemy za U podstawiać nie tylko nazwy jednostkowe, ale również puste i ogólne); pokażemy, że stosując przedmiot, którego nie ma z nazwę pustą Θ = N0 popadamy (przy takim opisie zdania A i B) w sprzeczność.

Rozważmy fałszywe przy dowolnym podstawieniu zdanie A i A′, które zapisać musimy:

$$A \text{ i } A' \leftrightarrow \exists U\ (U \text{ e } A \wedge U \text{ e } A');$$

niestety, przy A różnym od nazwy pustej i pełnej zarazem możemy (tylko w takim jedynym przypadku) dobrać nazwę pustą: Θ = N0, która zamienia prawą stronę ostatniej równoważności w zdanie prawdziwe, co prowadzi właśnie do sprzeczności.

Aby pozbyć się sprzeczności, kiedy za U wolno nam podstawiać (bez żadnych ograniczeń) dowolne nazwy, a nie tylko jednostkowe, musimy nieco inaczej zdefiniować zdanie A i B:

$$A \text{ i } B \leftrightarrow \exists U\ (U \text{ e } A \wedge \sim U \text{ e } B').$$

Tym razem nie uda nam się w dowolnym dyskursie epistemicznym uzyskać sprzeczności; wnioski są zatem następujące: albo dobrze i bardziej obszernie zdefiniować pojęcie predykatu (rozumiane ciągle intuicyjnie bez możliwości koniecznego, jak widać z rozważań, zapisu: ~F′(y), a nie jest to przecież równoważne F(y)), albo przestać przypisywać kwantyfikatorowi egzystencjalnemu: ∃ pozory istnienia, bo znaczy on tylko tyle, co: można dobrać nazwę U taką (w tym na przykład pustą, co przeczy właśnie istnieniu), że...; nie wolno też twierdzić, że U „przebiega przedmioty”, bo pełni ono tu przede wszystkim rolę zmiennej nazwowej, a nie przedmiotowej (wyrażenia rachunku predykatów byłyby w takim przypadku (zbędnymi) rysunkami, a nie wyrażeniami językowymi).

Zadanie 3.4.
Omówić różnicę między istnieniem materialnym i realnym, to jest rzeczowym: exC (istnieje C) oraz byciem co najmniej jednym z C-ów: ε_1C (jest przynajmniej jedno C).
Odpowiedź: Bycie co najmniej jednym z C-ów jest wyrażeniem wielowartościowym; wartość prawdziwościowa $v(\varepsilon_1 Nj) = j$, gdzie j = 0, 1, 2, 3, ... J; $J = 2^M - 1$, natomiast istnienie jest uznanym, a więc dwuwartościowym wyrażeniem: $\Diamond\varepsilon_1$C (fałszywym tylko przy: Θ = N0).

Zadanie 4.4.
Metodą zerojedynkową wykazać poprawność sylogizmu Gorgiasza (przed sylogistyką).
Odpowiedź: Wprowadzamy oznaczenia: r, p, q dla exC, eXC, ExC w trylemacie:

~exC	(1.),	exC	(1′.),
exC → ~eXC	(2.),	exC ∧ eXC	(2′.),
<u>eXC → ~ExC</u>	(3.),	<u>eXC ∧ ExC</u>	(3′.),
exC ↔ eXC ∧ ExC	(1′. ↔ 3′.),	exC ↔ eXC ∧ ExC	(1′. ↔ 3′.);

stąd poszukiwany sylogizm to: $(1^{(\prime)}. \wedge 2^{(\prime)}. \wedge 3^{(\prime)}. \leftrightarrow 1^{(\prime)}. \vee 2^{(\prime)}. \vee 3^{(\prime)}.) \leftrightarrow (1^{(\prime)}. \leftrightarrow 3^{(\prime)}.)$.

Na podstawie (zero-jedynkowej) tabeli prawdziwościowej:

$[r \wedge (r \wedge p) \wedge (p \wedge q) \leftrightarrow r \vee (r \wedge p) \vee (p \wedge q)] \leftrightarrow [r \leftrightarrow (p \wedge q)]$

0	0 0 0 **0** 0 0 0 1 0	0	**0**	0	**1**	0 1 0 0 0	niebyt (ideał: ~p∧~q)
0	0 0 0 **0** 0 0 1 1 0	0	**0**	0	**1**	0 1 0 0 1	próżnia (koncept: ~p∧q)
0	0 0 1 **0** 1 0 0 1 0	0	**0**	0	**1**	0 1 1 0 0	byt (egzystencja: p∧~q)
0	0 0 1 **0** 1 1 1 0 0	0	**1**	1	**1**	0 0 1 1 1	
1	1 0 0 **0** 0 0 0 0 1	0	**1**	0	**1**	1 0 0 0 0	
1	1 0 0 **0** 0 0 1 0 1	0	**1**	0	**1**	1 0 0 0 1	
1	1 1 1 **0** 1 0 0 0 1	1	**1**	0	**1**	1 0 1 0 0	
1	1 1 1 **1** 1 1 1 1 1	1	**1**	1	**1**	1 1 1 1 1	atomy (rzeczy: p∧q)

stwierdzamy jego tautologiczność. Jest to równoważne trylematowi Gorgiasza, że istnieje tylko materialna rzeczywistość: atomy, a nie istnieją przedmioty estetyki: niebyt, próżnia i byt, a więc: apate Gorgiasza, którego często uznaje się także za twórcę estetyki (art).

Zadanie 5.4.

Omówić szesnaście sposobów istnienia, odpowiadających węzłom grafu poznania.

Odpowiedź: Przyjmujemy do rozważań dyskurs trójelementowy (M = E = 3), w którym dziedzina (częściowa pełnia dyskursu, atomy?): X = N7, przeciwdziedzina (częściowa pustka dyskursu, próżnia?): Θ = N8, pole dyskursu (całkowita pełnia dyskursu, byt?): $X_u = X + \Theta$ = N15, a zaprzeczenie pola dyskursu (całkowita pustka dyskursu, niebyt?): Θ_u = N0. Liczymy, zgodnie z podanymi definicjami, rodzaje istnienia: EXC (7); EXC′ (13); ExC, ExC′ (5); eXC (3); eXC′ (12); exC (1); exC′ (4); **ex**C, **ex**C′ (0), odpowiadające odpowiednim węzłom (wierzchołkom) w grafie poznania, numery których wskazujemy w nawiasach okrągłych: (), a wyniki (tak, istnieje: + lub 1 oraz nie, nie istnieje: – lub 0) umieszczamy w tabeli:

Istnienie (węzeł) C\	EXC (7)	EXC′ (13)	ExC ExC′ (5)	eXC (3)	eXC′ (12)	exC (1)	exC′ (4)	**ex**C **ex**C′ (0)
(Θ_u) N0	0	1	0	0	1	0	0	0
(Θ) N8	1	1	1	0	1	0	1	0
od N9 do N14	+	+	+	+	+	+	+	+
(X_u)N15	1	0	0	1	0	0	0	0
(X) N7	1	1	1	1	0	1	0	0
od N6 do N1	+	+	+	+	+	+	+	+

Rozpoczynamy od istnienia materialnego i celowego (przedmiotowego, obiektowego) zarazem (a może obiektywnego?): $EXC \leftrightarrow \Diamond\varepsilon_1^{M+1}C \cdot X_u$, a tak nie istnieje tylko (Θ_u) N0; stąd w pierwszej kolumnie tabeli pojawia się siódemka (od góry: 0111), czyli przykład obliczania tego, co istnieje (zgodnie z dywagacjami Kartezjusza) jasno. W kolumnie drugiej obliczamy to, co istnieje (według Kartezjusza) wyraźnie, a tak, jak widzimy, istnieje wszystko oprócz (X_u) N15. Wyraźnie istnieje wobec tego takie C, którego zaprzeczenie (C′) istnieje jasno (dwa pierwsze symbole binarne, odpowiadające N0 i N8 przestawiamy z ich zaprzeczeniami N15 i N7, czyli z trzecim i czwartym otrzymując z siódemki: 0111 trzynastkę: 1101). W kolumnie trzeciej rozpatrujemy to, co istnieje zarazem jasno i wyraźnie: ExC ↔ EXC ∧ EXC′, a tak nie istnieją tylko (Θ_u) N0 oraz (X_u) N15 (mnożymy siedem przez trzynaście i uzyskujemy piątkę; binarnie: 0111 ∧ 1101 ↔ 0101, która przy przestawianiu symboli binarnych, czyli zastępowaniu dwóch pierwszych przez dwa kolejne, przechodzi sama w siebie); zauważamy też, że dla istnienia materialnego (0111) i faktycznego (1101) zarazem, czyli informacyjnego ExC (0101), a tak istnieją tylko (według Demokryta) atomy (X) N7 i próżnia (Θ) N8, mamy: ExC ↔ ExC′. W kolumnie czwartej musimy, zgodnie z definicją istnienia materialnego (0111) i konkretnego (1011) zarazem, czyli morficznego (0011 ↔ 0111 ∧ 0011), skorzystać z następnego wzoru: eXC ↔ $\Diamond\varepsilon_1^M C\cdot X$; tak istnieją tylko ($X_u$) N15 i (X) N7. Kolumnę piątą wypełniamy zgodnie z regułą przestawiania symboli binarnych otrzymując z trójki 0011 dwunastkę 1100 (C istnieją abstrakcyjnie zawsze i tylko wtedy, jeśli ich zaprzeczenia istnieją morficznie). W kolumnie szóstej pojawia się istnienie materialne (0111) i realne (1001) zarazem (rzeczowe (0001), a więc wniosek z trylematu Gorgiasza): exC ↔ eXC ∧ ExC albo inaczej: morficzne (0011) i informacyjne (0101) zarazem. Kolumnę siódmą wypełniamy zgodnie z regułą przestawiania symboli binarnych otrzymując z jedynki 0001 czwórkę 0100 (C istnieją abstrakcyjnie i materialnie zarazem, czyli koncepcyjnie, zawsze i tylko wtedy, jeżeli ich zaprzeczenia istnieją rzeczowo). Na koniec w kolumnie ósmej mamy istnienie materialne (0111) i idealne (1000) zarazem (sprawcze (0000), a może subiektywne?): **ex**C ↔ eXC ∧ eXC′; zauważmy też, że dla istnienia morficznego (0011) i abstrakcyjnego (1100) zarazem albo dla istnienia rzeczowego (0001) i koncepcyjnego (0100) zarazem (**ex**C ↔ exC ∧ exC′), czyli **ex**C mamy: **ex**C ↔ **ex**C′ (skoro zero przy przestawianiu symboli zawsze przechodzi w siebie). Mamy więc pełną jasność co do sposobów istnienia w ośmiu węzłach grafu poznania; zaprzeczając te sposoby istnienia oprócz kolumn czwartej i piątej, gdzie muszą pojawić się brakujące węzły (6) i (9), otrzymujemy kolejną tabelę:

Istnienie (węzeł) C\	~EXC (7′=8)	~EXC′ (13′=2)	~ExC ~ExC′ (5′=10)	~EXC′∨ exC′ (6)	~EXC∨ exC (9)	~exC (1′=14)	~exC′ (4′=11)	**~ex**C **~ex**C′ (0′=15)
(Θ_u) N0	1	0	1	0	1	1	1	1
(Θ) N8	0	0	0	1	0	1	0	1
od N9 do N14	–	–	–	+	+	–	–	–
(X_u)N15	0	1	1	1	0	1	1	1
(X) N7	0	0	0	0	1	0	1	1
od N6 do N1	–	–	–	+	+	–	–	–

W kolumnie czwartej dla węzła szóstego: (6) = (2) + (4) obliczamy odpowiadające mu istnienie: ~EXC′∨ exC′; podobnie dla węzła (9) = (8) + (1) mamy: ~EXC ∨ exC.

Każdemu węzłowi grafu odpowiada wobec tego swój sposób istnienia, przy założeniu, że muszą też istnieć (+) i pozostałe C (od N1 do N6, jak w dyskursie trójelementowym, czyli także C od N9 do N14 modulo 8): **ex**C, **ex**C′ (0), exC (1), **Ex**C ⇔ exC′ (4), ExC, ExC′ (5), eXC (3), eXC′ (12), EXC (Kartezjańskie istnienie jasne 7), EXC′ (Kartezjańskie istnienie wyraźne 13), **eX**C ⇔ ~EXC′ ∨ **ex**C′ (2), ~EXC ∨ **ex**C (8), ~ExC ∨ **ex**C, ~ExC′ ∨ **ex**C′ (10), ~exC′ ∨ **ex**C′ (11), ~exC ∨ **ex**C (14), ~**ex**C′ ∨ **ex**C′, ~**ex**C ∨ **ex**C (15), ~EXC ∨ exC (9), **EX**C ⇔ ~EXC′ ∨ exC′ (6), jak we wnioskach podsumowania.

Staje się jasne, że wyniki te, uogólnione na dowolny dyskurs, muszą między innymi brać pod uwagę: filozofowie, logicy, logistycy (także logi(sty)cy, to jest logicy i logistycy zarazem, czyli epistemolodzy), kognitywiści, informatycy, jak również całe środowisko inżynierskie; wnioski dotyczące istnienia otrzymaliśmy biorąc pod uwagę bardzo szczegółowo rozpatrzone przez nas wcześniej podstawowe zagadnienia odnośnie poznania, dyskursu i zbiorów.